

# Formación e Investigación sobre el uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación en Matemáticas para la ESO y los Bachilleratos

PROYECTO DEL INSTITUTO UNIVERSITARIO DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN DE LA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MADRID Y DE LA DIRECCIÓN GENERAL DE ORDENACIÓN ACADÉMICA DE LA COMUNIDAD DE MADRID



## Investigadores

José María Arias Cabezas  
Ildelfonso Maza Sáez  
César Sáenz de Castro

## Coordinadores del proyecto

Isabel García García  
Rafael Cebeira Mateos



**Universidad Autónoma**

Instituto Universitario de Ciencias  
de la Educación (IUCE)



**Comunidad de Madrid**

CONSEJERÍA DE EDUCACIÓN  
Dirección General de Ordenación Académica

Los materiales del proyecto han sido cedidos por la **Editorial Algaída (Grupo Anaya)**, cuyos contenidos son las páginas finales de cada uno de los temas de los distintos libros de la ESO y de los Bachilleratos, cuyos autores son los propios investigadores **José María Arias Cabezas e Idefonso Maza Sáez**.

## Educación Secundaria Obligatoria

### Primer Ciclo



### Propuesta didáctica



### Segundo Ciclo



### Propuesta didáctica



## Bachilleratos

### Ciencias de la Naturaleza y de la Salud y Tecnológico: Matemáticas I y II



### Propuesta didáctica



### Ciencias Sociales: Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales I y II



### Propuesta didáctica



# Prologo

Este Proyecto surge como consecuencia de los buenos resultados obtenidos en un Proyecto Piloto desarrollado el curso 2001/2002 entre la Dirección General de Ordenación Académica, a través del Centro de Apoyo al Profesorado Madrid-Norte y el Centro Regional de Innovación y Formación “Las Acacias”, y el Instituto Universitario de Ciencias de la Educación de la Universidad Autónoma de Madrid.

Este trabajo de investigación nace del deseo de hacer converger dos realidades; una, guiada por la práctica diaria del trabajo en las aulas de Educación Secundaria Obligatoria y de los Bachilleratos en el área de matemáticas, y otra, por la dedicación a la investigación en las ciencias de la educación. Una de las cuestiones que deseábamos explorar era, dentro del campo de la investigación en didáctica de las matemáticas, las posibilidades didácticas de los recursos informáticos en el aula. Así, planteamos este trabajo de investigación que tiene como objetivo fundamental evaluar la aportación que supone la incorporación de las Tecnologías de la Información y la Comunicación al proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en la ESO y en los Bachilleratos.

Este trabajo de investigación ha sido una colaboración entre Dirección General de Ordenación Académica de la Comunidad de Madrid, a través del Centro Regional de Innovación y Formación “Las Acacias” (CRIF), y el Instituto Universitario de Ciencias de la Educación de la Universidad Autónoma de Madrid.

La Dirección General de Ordenación Académica de la Comunidad de Madrid ha seleccionado los centros, se ha encargado de la formación del profesorado y de la certificación de 60 horas, 6 créditos a cada uno de los profesores participantes. También se ha encargado de la publicación de los cuadernos que han utilizado el profesorado y el alumnado en el aula, en el desarrollo de la investigación y ha adquirido los programas Derive y Cabri para cada uno de los centros. Queremos hacer constar nuestro agradecimiento personal a Macario Gallego del CRIF “Las Acacias” quien estudió en su momento la viabilidad del Proyecto y lo hizo posible; y la coordinación del curso 2001/02 a Pedro J. Martiñán Márquez y Juan Ramón Villar. Y nuestro agradecimiento institucional al Servicio de Formación del Profesorado de la Dirección General de Ordenación Académica de la Comunidad de Madrid.

El Instituto Universitario de Ciencias de la Educación (IUCE) de la Universidad Autónoma de Madrid ha puesto a nuestra disposición la sala multimedia y la de videoconferencia de la Unidad de Recursos Audiovisuales y Multimedia (URAM) para impartir los cursos de formación al profesorado y también ha realizado el estudio estadístico y la publicación de la Investigación. Queremos hacer constar nuestro agradecimiento personal a María Rodríguez Moneo, vicedirectora del IUCE, a Manuel Alvaro Dueñas secretario académico del IUCE, a M<sup>a</sup> Luisa Ortega Gálvez coordinadora de la URAM y a Óscar Arias López quien ha mantenido el sistema informático *e-learning* que sustenta el proyecto en el portal de Matemáticas e Informática [www.infoymate.net](http://www.infoymate.net). Nuestro agradecimiento institucional al Instituto Universitario de Ciencias de la Educación de la Universidad Autónoma de Madrid.

Nuestro agradecimiento también a la Editorial Algaida (Grupo Anaya) que ha cedido, de los libros de Matemáticas de cada uno de los cursos de la ESO y los Bachilleratos cuyos autores, José María Arias Cabezas e Ildefonso Maza Sáez lo son también de este proyecto, la parte final de cada uno de los temas que trata los contenidos matemáticos con Derive, Cabri y Excel. Estos libros nacieron a propuesta de la Editorial Algaida (Grupo Anaya) como consecuencia de un primer curso de formación del profesorado que, los autores realizaron en el Centro de Apoyo al Profesorado Madrid-Norte, sobre el uso de las TICs en matemáticas, durante el curso 2000/01 que fue el antecedente del Proyecto Piloto.

Especialmente queremos subrayar nuestra gratitud a cada uno de los profesores y profesoras y a cada uno de los alumnos y alumnas que han participado en la experiencia, tanto a los que participaron directamente en ella durante el curso 2002/03 (19 centros, 55 profesores y 1822 alumnos), como a los que estuvieron en la fase de generalización durante dicho curso o en su implementación en el curso 2003/04 (68 centros, 214 profesores y 5421 alumnos). Ver anexos del 21 al 26. Sin su participación este proyecto no se hubiera podido llevar a cabo. La relación del profesorado aparece en los anexos. Nuestro agradecimiento también a Ana Rodríguez Chamizo que coordina la generalización en Andalucía y a José Manuel Arranz San José que lo coordina en Castilla y León.

### **Investigadores**

**José María Arias Cabezas:** catedrático de Matemáticas del IES Mariano José de Larra (Madrid). Profesor asociado de Nuevas Tecnologías de la Universidad Autónoma de Madrid (UAM). Investigador de la UAM.

**Ildefonso Maza Sáez:** agregado de Matemáticas del IES Antonio López (Getafe-Madrid). Investigador de la UAM.

**César Sáenz de Castro:** profesor del área de Didáctica de las Matemáticas y director del Instituto Universitario de Ciencias de la Educación de la Universidad Autónoma de Madrid.

### **Coordinadora del proyecto de la Dirección General de Ordenación Académica de la Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid**

Isabel García García: Asesora Técnico del Servicio de Formación del Profesorado

### **Coordinador del proyecto por el CRIF “Las Acacias” de la Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid**

Rafael Cebeira Mateos: Jefe del Departamento de Apoyo Curricular CRIF “Las Acacias”

<b>PROLOGO .....</b>	<b>1</b>
<b>CAPITULO 1 .....</b>	<b>6</b>
<b>LA INVESTIGACIÓN EN DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS .....</b>	<b>6</b>
1.1. INVESTIGACIÓN EDUCATIVA Y EDUCACIÓN MATEMÁTICA .....	6
1.1.1. Necesidad y posibilidad de hacer investigación en Educación Matemática (EM) .....	6
1.1.2. Dificultad de la investigación en EM.....	8
1.1.3. Objetivos de la investigación en Didáctica de las Matemáticas (DM).....	9
1.2. RELACIONES HISTÓRICAS DE LA INVESTIGACIÓN EN DM CON OTRAS DISCIPLINAS .....	10
1.3. ESTRATEGIAS, TIPOS Y METODOLOGÍAS DE INVESTIGACIÓN EN DM .....	12
1.3.1. Estrategias.....	12
1.3.2. Tipos de investigación .....	13
1.3.3. Métodos de investigación.....	15
1.4. LÍNEAS ACTUALES DE INVESTIGACIÓN EN DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS.....	17
1.5. FUENTES DE INFORMACIÓN EN DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS.....	20
1.5.1. Congresos, jornadas y reuniones.....	20
1.5.2. Publicaciones periódicas (revistas) .....	21
1.5.3. Libros.....	22
1.5.4. Bases de datos bibliográficas.....	23
1.5.5. Direcciones de Internet útiles para la educación matemática .....	23
<b>CAPÍTULO 2 .....</b>	<b>25</b>
<b>EL RECURSO INFORMÁTICO EN LA EDUCACIÓN, COMO TEMA DE INVESTIGACIÓN. 25</b>	
2.1. La introducción de los ordenadores en la EM .....	25
2.2. PRINCIPIOS DIDÁCTICOS DE LA UTILIZACIÓN DEL ORDENADOR.....	35
2.3. IMPLICACIONES DE LAS TIC EN LA FORMACIÓN DEL PROFESORADO.....	39
2.3.1. Impacto escolar de las TIC .....	39
2.3.2. Nuevo perfil del profesorado.....	40
2.3.3. Cambios en el currículo de formación del profesorado.....	41
<b>CAPÍTULO 3 .....</b>	<b>43</b>
<b>PLANTEAMIENTO DE LA INVESTIGACIÓN. DISEÑO DE LA PROPUESTA DE FORMACIÓN.....</b>	<b>43</b>
3.1. OBJETIVO Y FASES DE LA INVESTIGACIÓN.....	43
3.2. PRINCIPIOS EPISTEMOLÓGICOS, PSICOLÓGICOS Y DIDÁCTICOS QUE GUÍAN LA PROPUESTA.....	44
3.2.1. Sobre lo que debe aprender el alumnado.....	44
3.2.2. Sobre lo que puede aprender el alumnado.....	48
3.2.3. Sobre lo que quiere aprender el alumnado.....	50
3.3. ELECCIÓN DE LOS RECURSOS INFORMÁTICOS. LOS ASISTENTES MATEMÁTICOS .....	51
3.4. ELABORACIÓN DE MATERIALES DIDÁCTICOS.....	53
3.5. FORMACIÓN DEL PROFESORADO QUE INTERVIENE EN LA EXPERIMENTACIÓN.....	54
<b>CAPÍTULO 4 .....</b>	<b>56</b>
<b>EXPERIMENTACIÓN DE LA PROPUESTA .....</b>	<b>56</b>
4.1. HIPÓTESIS DE INVESTIGACIÓN .....	56
4.2. MÉTODO.....	56
4.2.1. Sujetos.....	56
4.2.2. Diseño experimental.....	57
4.2.3. Procedimiento.....	57
4.3. RESULTADOS .....	58
4.3.1. Resultados relativos a los rendimientos.....	58
4.3.2. Resultados relativos a la valoración de la metodología didáctica propuesta.....	64
4.4. CONCLUSIONES.....	69
<b>REFERENCIAS .....</b>	<b>71</b>

<b>ANEXO 1: ORGANIZACIÓN DE LAS TIC EN LA ESO .....</b>	<b>77</b>
<b>ANEXO 2: ÍNDICE DE MATEMÁTICAS 1º DE ESO.....</b>	<b>79</b>
<b>1º ESO - 2. DIVISIBILIDAD.....</b>	<b>80</b>
<b>EXAMEN DE MATEMÁTICAS CON DERIVE.....</b>	<b>82</b>
<b>PRUEBA DEL TEMA 2. DIVISIBILIDAD .....</b>	<b>82</b>
<b>PRUEBA DEL TEMA 2. DIVISIBILIDAD (SOLUCIONES).....</b>	<b>83</b>
<b>ANEXO 3: ÍNDICE MATEMÁTICAS 3º DE ESO.....</b>	<b>84</b>
<b>3º ESO - 11. MOVIMIENTOS .....</b>	<b>85</b>
<b>EXAMEN DE MATEMÁTICAS CON CABRI.....</b>	<b>89</b>
<b>PRUEBA DEL TEMA 11. MOVIMIENTO .....</b>	<b>89</b>
<b>PRUEBA DEL TEMA 11. MOVIMIENTO (SOLUCIONES).....</b>	<b>90</b>
<b>ANEXO 4: ORGANIZACIÓN DE LAS TIC EN LOS BACHILLERATOS.....</b>	<b>91</b>
<b>ANEXO 5: MATEMÁTICAS 1º DE BACHILLERATO .....</b>	<b>94</b>
<b>CIENCIAS DE LA NATURALEZA DE LA SALUD Y TECNOLÓGICO.....</b>	<b>94</b>
<b>1º BCNYSYT - 6. LUGARES GEOMÉTRICOS .....</b>	<b>95</b>
<b>EXAMEN DE MATEMÁTICAS CON CABRI.....</b>	<b>97</b>
<b>PRUEBA DEL TEMA 6. LUGARES GEOMÉTRICOS Y CÓNICAS .....</b>	<b>97</b>
<b>PRUEBA DEL TEMA 6. LUGARES GEOMÉTRICOS (SOLUCIONES).....</b>	<b>98</b>
<b>ANEXO 6.....</b>	<b>99</b>
<b>MATEMÁTICAS 1º DE BACHILLERATO CIENCIAS SOCIALES .....</b>	<b>99</b>
<b>1º BS - 12. ESTADÍSTICA BIDIMENSIONAL.....</b>	<b>100</b>
<b>EXAMEN DE MATEMÁTICAS CON EXCEL .....</b>	<b>102</b>
<b>PRUEBA DEL TEMA 12. ESTADÍSTICA BIDIMENSIONAL.....</b>	<b>102</b>
<b>PRUEBA DEL TEMA 12. ESTADÍSTICA BIDIMENSIONAL (SOLUCIONES).....</b>	<b>103</b>
<b>ANEXO 7: CONFIGURACIÓN NETMEETING .....</b>	<b>104</b>
<b>ANEXO 8: CONFERENCIA .....</b>	<b>106</b>
<b>ANEXO 9: CORREO Y DEBATES .....</b>	<b>109</b>
<b>ANEXO 10: CARNÉ DE CALCULISTA .....</b>	<b>110</b>
<b>ANEXO 11: CALCULADORA.....</b>	<b>111</b>
<b>ANEXO 12: DERIVE.....</b>	<b>119</b>

<b>ANEXO 13: CABRI</b> .....	<b>125</b>
<b>ANEXO 14: <i>APPLET</i> DE CABRIJAVA</b> .....	<b>131</b>
<b>ANEXO 15: EXCEL</b> .....	<b>133</b>
<b>ANEXO 16: <i>INTERNET</i></b> .....	<b>136</b>
<b>ANEXO 17: TRANSPARENCIAS</b> .....	<b>137</b>
<b>ANEXO 18 : CUESTIONARIO SOBRE SATISFACCIÓN PERSONAL Y VALORACIÓN DEL APRENDIZAJE DE MATEMÁTICAS CON TECNOLOGÍAS INFORMÁTICAS (PARA EL ALUMNADO)</b> .....	<b>142</b>
<b>ANEXO 19: CUESTIONARIO SOBRE EL DESARROLLO DE LAS SESIONES DE MATEMÁTICAS CON INFORMÁTICA (PARA EL ALUMNADO)</b> .....	<b>143</b>
<b>ANEXO 20: CUESTIONARIO SOBRE EL DESARROLLO DEL PROYECTO DE MATEMÁTICAS CON INFORMÁTICA: DERIVE, CABRI, EXCEL E INTERNET (PARA EL PROFESORADO)</b> .....	<b>144</b>
<b>ANEXO 21: CENTROS Y PROFESORES PARTICIPANTES 2002/03</b> .....	<b>145</b>
<b>MADRID. INICIACIÓN</b> .....	<b>145</b>
<b>ANEXO 22: CENTROS Y PROFESORES PARTICIPANTES 2002/03. MADRID. GENERALIZACIÓN</b> .....	<b>147</b>
<b>ANEXO 23: CENTROS Y PROFESORES PARTICIPANTES 2003/04</b> .....	<b>148</b>
<b>MADRID. INICIACIÓN</b> .....	<b>148</b>
<b>ANEXO 24: CENTROS Y PROFESORES PARTICIPANTES 2003/04</b> .....	<b>150</b>
<b>MADRID. GENERALIZACIÓN</b> .....	<b>150</b>
<b>ANEXO 25: CENTROS Y PROFESORES PARTICIPANTES 2003/04</b> .....	<b>152</b>
<b>ANDALUCÍA. CEP DE SEVILLA. INICIACIÓN</b> .....	<b>152</b>
<b>ANEXO 26: CENTROS Y PROFESORES PARTICIPANTES 2003/04</b> .....	<b>153</b>
<b>CASTILLA Y LEÓN. INICIACIÓN</b> .....	<b>153</b>
<b>ANEXO 27: CURRÍCULO DE MATEMÁTICAS DE LA ESO</b> .....	<b>154</b>
<b>ANEXO 28: CURRÍCULO DE MATEMÁTICAS I Y II</b> .....	<b>165</b>
<b>ANEXO 29: CURRÍCULO DE MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES I Y II</b> .....	<b>170</b>

# Capítulo 1

## La investigación en didáctica de las matemáticas

En cualquier campo científico, la investigación es una actividad imprescindible porque, junto a factores externos de tipo social o económico, marca las vías de progreso de dicho campo. El objetivo del presente capítulo es presentar la actividad de investigación en Didáctica de las Matemáticas, estableciendo el marco de referencia de dicha investigación, resumiendo sus hitos históricos, describiendo las estrategias, tipos, metodologías y herramientas de la investigación y analizando las líneas actuales de investigación en el área.

### 1.1. Investigación educativa y educación matemática

Como explica Kilpatrick (1994), la investigación en educación matemática ha luchado con esfuerzo por lograr su propia identidad: ha intentado formular cuestiones propias y métodos propios de tratarlas y ha constituido una comunidad de investigadores en educación matemática con sus publicaciones, sus congresos y su trabajo colaborativo intra e interdisciplinar. Uno de los problemas difíciles de resolver es el de establecer los límites de lo que constituye Investigación en Didáctica de la Matemáticas que son un tanto difusos, es difícil decidir lo que cuenta como investigación en este campo. Para analizar la situación actual podemos remitirnos a Godino (2002)

Para Gutiérrez (1991) la investigación "es un trabajo apoyado en un marco teórico y dirigido al descubrimiento de algo desconocido y a la mejora de los conocimientos existentes sobre un tema". Un enfoque complementario considera la investigación como "indagación metódica". Como dice Kilpatrick (1994), el término "indagación" sugiere que el trabajo está dirigido a responder a una cuestión específica, no es una especulación o erudición ociosa; el término "metódica" indica la preocupación por trabajar de acuerdo con una metodología válida que permita la crítica y una posible refutación de las hipótesis de la investigación.

#### 1.1.1. Necesidad y posibilidad de hacer investigación en Educación Matemática (EM)

Partiendo de la definición de investigación educativa como una actividad dirigida al desarrollo de un cuerpo organizado de conocimiento científico acerca de los temas relativos a la educación, las razones principales para la realización de investigación educativa en el área de la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas son varias y pueden clasificarse en dos tipos principalmente: razones generales y las específicas del área.

Dentro de las razones de tipo general podemos citar la necesidad de investigación educativa y la accesibilidad de esa investigación a los profesores. Cuando los profesores tienen que tomar decisiones, muy a menudo utilizan exclusivamente su experiencia, o como mucho la experiencia ajena. Así, la mayor parte del conocimiento que se utiliza sobre la enseñanza ha ido pasando de generación en generación como fruto de la



experiencia. Sin embargo, esta tiene limitaciones como fuente de conocimiento, ya que diferentes personas adquieren diferente experiencia ante la misma situación. Cuando falla la experiencia personal se suele recurrir al criterio de autoridad, aceptando como verdad todo lo que está reconocido por las autoridades pero en muchos casos la autoridad se asienta más en opiniones personales que en hechos.

Es por tanto preciso recurrir a la investigación como fuente de fundamentación de los criterios utilizados en la toma de decisiones del proceso de enseñanza-aprendizaje. Ahora bien, si se quiere que la investigación contribuya a mejorar significativamente la educación se debe crear una tradición de investigación accesible a los profesores que nutra su docencia (Stenhouse, 1987). Efectivamente, la investigación didáctica tiene sentido en la medida en que sus resultados sean puestos en práctica y contrastados por los enseñantes y paralelamente, si estos no fundamentan su docencia en la investigación, las innovaciones que realicen, sin inserción en un marco teórico, difícilmente pueden llegar a adquirir relevancia para el conjunto de la práctica educativa.

Las razones señaladas justificarían, no que los profesores fueran los propios investigadores, sino simplemente que conociesen los resultados de las investigaciones en didáctica. Sin embargo, si tenemos en cuenta que la investigación en didáctica gira sobre la existencia de problemas que se generan en el aula (además de aparecer en un marco conceptual teórico) se deduce que es el profesor de la asignatura quien, con una formación didáctica suficiente, es capaz de detectar y definir estos problemas y por tanto de implicarse en la búsqueda de soluciones.

En segundo lugar, si tenemos en cuenta que los problemas de enseñanza, y en concreto aquellos relacionados con las dificultades de aprendizaje de los alumnos, tienen mucho que ver con los alumnos, pero también se deben a las dificultades propias del contenido que se pretende aprender, es importante que quien plantea la investigación educativa posea el suficiente conocimiento de la asignatura, conocimiento que sin duda poseen en mayor alto grado los profesores de la misma. Concretamente, en el caso de las matemáticas, las dificultades debidas al contenido (relaciones lógicas entre partes, papel de los contenidos en la construcción del conocimiento científico, etc.) solo pueden ser comprendidas desde un conocimiento de las matemáticas, difícilmente asequible a investigadores de otras áreas más generales como psicología o pedagogía.

La combinación de estos dos factores, conocimiento de las matemáticas e inmersión en los problemas que suceden en las aulas en las que se enseña matemáticas, hace que las personas más adecuadas para plantear la investigación en didáctica de las matemáticas sean los profesores de matemáticas de todos los niveles educativos, ya que existen muchos problemas de aprendizaje propios de cada uno de estos niveles. En este sentido, uno de los objetivos que nos proponemos con este Programa de Investigación-Formación sobre el uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) en la enseñanza de las matemáticas consiste en poner a punto un ejemplo-modelo que permita al profesor de enseñanza secundaria conocer las posibilidades, dificultades y características de este tipo de investigación, a fin de que sea capaz de plantearse la investigación educativa dentro de su práctica docente.

La insistencia en la necesidad de que los profesores de cualquier nivel educativo hagan investigación en su aula (dando por supuesta la importancia y necesidad de la investigación en los departamentos universitarios correspondientes) y, por tanto, en la

necesidad de su formación como investigadores, responde a la afirmación de Kilpatrick (1981) de que parte de los problemas que sufre la investigación en Didáctica de las Matemáticas (DM) se derivan de la acusación de que dicha investigación ha sido incapaz de modificar la práctica escolar. Aquí se plantea el problema, importantísimo, de la interconexión y comunicación de los investigadores con los profesores de aula y con la formación de profesores. Como tendremos ocasión de comprobar, nuestro Programa de Investigación-Formación ofrece una estrategia específica para abordar este problema.

### **1.1.2. Dificultad de la investigación en EM**

La investigación educativa se incluye en la investigación en ciencias sociales, que presenta unas características diferentes de la correspondiente a la investigación en matemáticas. Existe una serie de dificultades para realizar investigación educativa, fundamentalmente, el propio objeto de dicha investigación que trata de problemas relacionados con personas (aprendizaje humano) y el no haber sido capaz de establecer generalizaciones equivalentes a las teorías de las ciencias de la naturaleza, que poseen poder explicativo y capacidad para realizar predicciones de forma general. Estas dificultades se pueden deber a varias causas:

- a) Complejidad de la materia. La educación trata con personas. Tiene que ver con la conducta humana y con el desarrollo, tanto de las personas individuales como de grupos. Esto hace que exista un gran número de variables, que actúan tanto independientemente como en interacción. Por otra parte, cada individuo tiene una serie de capacidades condicionadas por un entorno diferente. Los grupos tampoco son todos idénticos, y el entorno y los profesores introducen nuevas variables. Todas estas razones hacen que el investigador deba ser muy cauto para establecer generalizaciones, ya que los datos obtenidos en una situación pueden no ser válidos para otra.
- b) Dificultades en la observación. La observación en educación es más subjetiva y puede convertirse en una interpretación de la situación por parte de los observadores.
- c) Dificultades de replicación. Cada situación es única y es casi imposible reproducirla. Los fenómenos educativos también son singulares, de manera que no pueden repetirse a fin de mejorar las condiciones de observación, etc.
- d) Interacción entre el observador y los sujetos. La propia observación de los fenómenos educativos produce cambios en el sistema. Por otra parte, no existe un efecto causal simple; puede suceder, por ejemplo, que cuando un investigador piensa que X está causado por Y, lo que ocurre en realidad es que X es la causa de Y.
- e) Dificultades en el control. La posibilidad de realizar experimentos controlados es muy limitada. Las condiciones son poco precisas y no es posible actuar sobre distintas variables de forma aislada, de manera que es muy difícil controlarlas simultáneamente.
- f) Problemas de medida. Las herramientas de medida son mucho menos perfectas y precisas que las que pueden usarse en las ciencias de la naturaleza. Aunque hoy

existe un gran avance en las técnicas estadísticas, estas técnicas solo permiten explicar parte de la varianza de la variable dependiente mediante los factores que operan en el momento de la medida y el resto de la varianza se atribuye al error aleatorio cuando pueden ser muchos los factores a tener en cuenta que también están actuando.

Toda esta serie de problemas hace difícil la realización de investigación educativa de calidad. Kilpatrick (1981) y Freudenthal (1982) coinciden en tres parámetros para determinar la calidad de una investigación:

1. El interés o significación. Por ejemplo, tienen mucho interés los trabajos desarrollados en el Reino Unido por el grupo de Hart (1981) desde el año 1975, con una línea coherente y progresiva (CSMS Project, SESM Project y CMF Project); por contra, tienen poco interés los múltiples trabajos de replicación simple de las pruebas de Piaget.
2. El rigor o fiabilidad, es decir, la adecuación de la metodología de la investigación a los estándares fijados en ese momento.
3. La validez. Las investigaciones deben tender a encontrar soluciones didácticas que sean aplicables en la mayor variedad de situaciones escolares. Se pueden plantear diversos tipos de validez, entre los que los más importantes son la validez interna y la validez externa, además de algunas otras relativas a temas de diseño como la validez de población y la validez ecológica.

No hay que confundir la validez de una investigación con su reproductibilidad: mientras que la primera propiedad se refiere a la posibilidad de aplicar los resultados de la investigación en contextos diferentes (de número de alumnos, edad, inteligencia, etc.), la segunda se refiere a la posibilidad de repetir la experiencia en unas condiciones exactamente iguales a las originales con el fin de comprobar o ampliar sus resultados.

La apreciación del interés, el rigor y la fiabilidad de una investigación es bastante subjetiva y está sujeta a cambios a lo largo del tiempo. Por ejemplo, en los años 60 y 70 predominaba el estilo de investigación cuantitativo con fuerte aparato estadístico y actualmente abunda el estilo cualitativo con utilización discreta de la estadística. De ambas metodologías de investigación hablaremos en este mismo capítulo.

### **1.1.3. Objetivos de la investigación en Didáctica de las Matemáticas (DM)**

Los propósitos de la investigación en DM son múltiples. Kilpatrick (1994) habla de tres propósitos principales:

1. Alcanzar los objetivos tradicionales de la ciencia: explicar, predecir, controlar (tradición empírico-analítica).
2. Comprender los significados que tienen los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas para aquellos que se encuentran implicados en los mismos (tradición antropológica).

3. Ayudar a profesores y alumnos a conseguir mayor autonomía y libertad en su trabajo (aproximación de la sociología crítica). En la década de los 80 la investigación en EM se apartó de la tradición empírico-analítica, de forma muy titubeante, hacia la corriente interpretativa y, con una extensión mucho menor, hacia una aproximación crítica.

Cualquiera que sean las razones particulares que pueda tener un investigador para realizar un estudio determinado (mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, reconocimiento profesional, satisfacer los intereses de un ministerio o de una comunidad autónoma interesados en justificar una concreta decisión educativa, etc.), este estudio debe ayudar en la determinación de qué es la investigación en EM y qué no es.

En este sentido, conviene decir algo sobre los trabajos de innovación en el aula. A pesar de su mérito e interés, no se deben considerar investigaciones en DM a este tipo de trabajos que realizan algunos profesores en el aula cuando faltan algunos componentes importantes de la actividad investigadora: planificación cuidadosa que tenga en cuenta los conocimientos disponibles sobre el tema y no solo la experiencia personal acumulada por el profesor, la inclusión del trabajo dentro de un marco conceptual o teórico concreto que permita analizarlo y relacionarlo con otras investigaciones sobre el mismo tema, un amplio conocimiento (didáctico y matemático) del tema de estudio para identificar los orígenes de las dificultades de aprendizaje, y, por fin, una verificación objetiva de los logros alcanzados, más allá de la intuición personal.

## **1.2. Relaciones históricas de la investigación en DM con otras disciplinas**

Como dice Kilpatrick (1994) hacer una historia de la investigación en EM es difícil debido a la evolución del propio concepto a lo largo del tiempo. Estudios del comienzo de la investigación en DM que hoy día parecen casos ejemplares posiblemente no se consideraron de este modo por los propios investigadores ni por sus contemporáneos ya que, por ejemplo, se pudieron considerar los estudios como investigaciones en psicología, historia o pedagogía y no en DM. Por contra, actividades tales como escribir libros de texto de matemáticas que hoy no se considerarían como investigación sí lo fueron por nuestros predecesores.

Hay dos disciplinas que han tenido una influencia fecunda sobre la investigación en DM desde su origen: la propia Matemática y la Psicología. Los matemáticos han tenido una larga, aunque esporádica, tradición en estudiar la enseñanza y aprendizaje de su materia, movidos por diversas razones: disputas entre matemáticos puros y aplicados, el fracaso escolar, el estatus del país, seguir el pensamiento de sus hijos o nietos, la curiosidad por su propia destreza matemática, etc.

Los matemáticos se han interesado con frecuencia en los procesos de la creación matemática (Hadamard, 1945). Se han utilizado términos como *insight* (tomado de *La Gestalt*) e intuición para describir algunos de estos procesos. Poincaré (1952) pidió el mismo nivel de atención para el cultivo de la intuición que el que se dedicaba a la lógica, consideró la creación matemática como un proceso de discernimiento y subrayó que puede presentarse un estado de iluminación después de un periodo de concentración intensa.

Fischbein (1987) propone el estudio de la intuición en matemáticas y ciencias desde una perspectiva educativa.

De entre los matemáticos importantes de comienzos de siglo XX, Klein se destacó en su interés por la EM. Defendió que los futuros profesores conociesen las matemáticas hasta el punto de que pudieran realizar investigación independiente, consideró que las matemáticas ocupaban una posición central entre la educación humanística y la científica, cuya división lamentó, y creyó que eran necesarios cambios sustanciales en el currículo de las matemáticas escolares si se querían atender las demandas de una educación universitaria. En Francia, Borel, Hadamard y Lebesgue escribieron sobre la reforma de la enseñanza de la geometría en 1902. En Inglaterra, Perry, en 1901, criticó la forma en que se enseñaba la matemática y defendió una aproximación intuitiva y activa por parte del alumno.

La segunda influencia importante sobre la investigación en EM la ejerce la psicología. Empleando una simplificación, podemos decir que la influencia matemática se nota principalmente en la investigación que versa sobre qué contenidos matemáticos se enseñan y se aprenden mientras que las raíces psicológicas se relacionan con la investigación que versa sobre cómo el contenido es enseñado y aprendido. Siguiendo a Kilpatrick (1994) podemos citar las líneas de investigación en Psicología que tuvieron repercusión en la DM.

Una primera tradición en psicología es la interesada por la investigación del pensamiento. Los estudios sobre pensamiento iniciados por Galton y continuados por Binet, (con un enfoque psicométrico) y por Piaget, Wertheimer, Vygostky y otros (con un enfoque cognitivo y no diferencial), han trabajado con frecuencia sobre las capacidades mentales que se utilizan al hacer matemáticas. Muchas de las tareas empleadas en estos estudios eran de naturaleza matemática pero, incluso cuando no lo eran, los tipos de pensamiento complejo que identificaban los psicólogos se consideraban por los educadores matemáticos frecuentemente ligados a la realización matemática.

Una segunda tradición en psicología trabaja más directamente con el proceso de enseñanza-aprendizaje y ha tenido mayor impacto sobre el diseño de investigación en didáctica de las matemáticas. En esta tradición, el investigador trata de examinar los efectos de la práctica educativa: la enseñanza se considera como un tratamiento y el aprendizaje como un efecto. Se emplea una metodología de investigación experimental y la técnica estadística reina es el análisis de varianza que Fisher elaboró a mediados de los 20 para aplicar a la investigación en ciencias biológicas.

En esta tradición, la cuestión de la transferencia de los aprendizajes ocupa una posición privilegiada en las relaciones entre los psicólogos y los educadores matemáticos y ha generado un gran cuerpo de investigación. Ha jugado un papel central en los argumentos sobre el lugar de las matemáticas en el currículo que, a veces, ha situado a psicólogos y educadores matemáticos en campos opuestos. Si era válido el argumento de que lo que se aprende al estudiar matemáticas no se transfiere a otros dominios (es decir, las matemáticas no valen como disciplina mental), era preciso reconsiderar las justificaciones para enseñar matemáticas.

Como dice Kilpatrick (1994), la cuestión de la transferencia ejemplifica la ambivalencia que los investigadores estadounidenses en EM sintieron durante la primera mitad del siglo cuando utilizaron los métodos de investigación del conductismo mientras expresaban un desdén general por la visión conductista de las matemáticas escolares. Esta ambivalencia

termina en los años 50 y 60 con el trabajo de Piaget y su reinterpretación por Bruner, que significa un punto de encuentro entre la psicología y la educación matemática aunque sea en un proyecto fallido (como, en realidad, lo fue el de las llamadas matemáticas modernas).

La historia de las tres últimas décadas es la de la integración de una comunidad (en palabras de Kilpatrick, 1994). Es una edad de oro en que se realiza mucha investigación en EM, concebida esta disciplina como ciencia experimental. Con todo, Weaver (1967) adelanta las interrogaciones que iban a surgir sobre dicha investigación: insuficiencias metodológicas y, sobre todo, falta de resultados prácticos sobre la influencia de la investigación en la mejora de la calidad de la enseñanza que llevaba al desprestigio social y académico de la propia disciplina.

Bauersfeld (1980) sugirió que la profesión de educador matemático se encontraba realizando un cambio fundamental de paradigma. Identificó tres tesis importantes en esa etapa de transición:

- a) La EM carecía de orientación teórica debido, quizá, a las presiones para lograr rápidamente resultados y a la obsesión en el rigor metodológico en ausencia de buenas ideas de investigación.
- b) La investigación y la práctica estaban siguiendo paradigmas diferentes.
- c) Los enfoques interdisciplinarios eran esenciales para llevar a la práctica del conocimiento resultante de la investigación.

A nuestro juicio, estas tesis siguen hoy vigentes (al menos en parte) y deben formar parte de la teorización sobre la EM.

## **1.3. Estrategias, tipos y metodologías de investigación en DM**

### **1.3.1. Estrategias**

Aunque no existe un modelo único de investigación existe una secuencia de estrategias que conforma un proceso de investigación educativa:

- a) Selección del problema. Para que el problema justifique una investigación, debe cumplir algunas condiciones, básicamente, no tener respuestas disponibles y poder ser tratado científicamente de manera que los resultados puedan basarse en la recogida y análisis de datos.
- b) Etapa analítica. La fase siguiente a la identificación del problema es la etapa analítica, que requiere un estudio exhaustivo de todas las investigaciones previas relacionadas con el problema. Esta revisión es necesaria para dar profundidad al problema y para proporcionar un marco para la formulación de hipótesis, que es la característica principal de esta fase, junto con la definición de los términos a usar. La mejor guía para una hipótesis inteligente es el análisis cuidadoso de los datos existentes utilizando las fuentes de documentación de las que hablaremos en el apartado 1.5.

- c) Selección de método de investigación y desarrollo de instrumentos. El método a seguir está relacionado con el problema. Algunos problemas necesitan un método experimental, mientras que otros pueden abordarse mediante estrategias descriptivas. La elección del método de investigación influye en los detalles del diseño y en el procedimiento de medida de variables. Estos instrumentos pueden estar ya estandarizados o puede ser preciso construirlos para la investigación específica, en cuyo caso deben ser desarrollados por el investigador.
- d) Recogida e interpretación de datos. En este apartado se incluyen los aspectos de aplicación del instrumento, recogida de datos, tabulación, etc. Aunque muy a menudo se piensa que esta fase es la más laboriosa de la investigación, ocupa mucho menos tiempo que la planificación realizada previamente. Una vez recogidos los datos deben ser analizados, por regla general con técnicas estadísticas, e interpretados adecuadamente para obtener resultados y conclusiones.
- e) Comunicación de los resultados. Los pasos dados y los resultados y conclusiones obtenidos deben ser dados a conocer de una forma inteligible a otros investigadores, a fin de que puedan servir de nuevo punto de partida a otra investigación o de revisión de los propios planteamientos sobre el tema.

Debe haber adecuación entre el tipo de investigación elegido y el método de trabajo. Una secuencia usual de investigación es la siguiente:

1. Investigación inicial de carácter descriptivo, tratando de detectar la magnitud real de cierto problema de enseñanza-aprendizaje planteado.
2. Profundización en la investigación de ese problema si es de relevancia.
3. Diseño y experimentación de un tratamiento didáctico que solucione el problema.

Con todo, hay investigaciones estándares que se separan de esta secuencia como, por ejemplo, la línea de investigación sobre métodos heurísticos que utilizan los estudiantes en la resolución de problemas (Schoenfeld, 1992). En todo caso, las estrategias de trabajo en equipo, de coordinación de las investigaciones con otros colegas, normalmente rinden más frutos que el trabajo aislado, en solitario.

### **1.3.2. Tipos de investigación**

1. Según su diseño. Se pueden realizar investigaciones con diferentes diseños:
  - a) Investigación descriptiva. Describe lo que existe. No ofrece pruebas de relaciones causa-efecto. Suele utilizarse cuando no existe un marco teórico suficiente para fundamentar la emisión de hipótesis precisas. El principal problema para su ejecución es la determinación de las categorías utilizadas en la descripción.
  - b) Estudio de casos. El objetivo fundamental es entender individualidades. Se lleva a cabo con unidades sociales como un individuo o un grupo. Igual que en el caso anterior se utiliza cuando no existe la posibilidad de adelantar hipótesis precisas. Suele presentar problemas tanto de validez interna como de validez externa.

- c) Diseño correlacional. El objetivo principal es investigar el grado en el que las variaciones en un factor se corresponden con variaciones en otro u otros factores. La técnica está basada en la obtención de coeficientes de correlación y por tanto solo se pueden poner de manifiesto relaciones de covariación conjunta pero no se pueden deducir relaciones de causación.
- d) Diseño experimental. Se investigan relaciones de causa-efecto, exponiendo uno o más grupos a ciertas variables manipuladas directamente (tratamiento) y comparando los resultados con uno o más grupos de control que no han sido expuestos al tratamiento. Este tipo de diseño es más potente que los anteriores pero es muy difícil de llevar a cabo en situaciones naturales dada la dificultad de control de variables enunciada anteriormente. Nuestra investigación sigue este diseño

Dentro de este tipo pueden distinguirse distintos diseños como el diseño "post-test con grupo de control", en el que se parte de situaciones que se consideran análogas de antemano y, después de aplicar el tratamiento al grupo experimental, se pasa un post-test a ambos grupos, experimental y de control, comparándose los resultados finales. También puede diseñarse un experimento con pre-test, pos-test y grupo de control, en el que a pesar de suponerse que se parte de grupos análogos, se comprueba la situación inicial (antes del tratamiento) mediante un pre-test con lo que al final se comparan no los resultados finales, sino las ganancias desde el pre-test hasta el pos-test en ambos grupos.

- e) Diseño cuasi-experimental. Cuando no puede establecerse el control requerido en los diseños experimentales, se recurre a un diseño cuasi-experimental que difiere del experimental en que plantea menos exigencias sobre quién y cuándo se recibe el tratamiento. Por tanto, es menos potente, pero más fácil de llevar a cabo en condiciones naturales.
  - f) Investigación-acción. Se trabaja con los grupos de alumnos intactos que constituyen una clase asignada al profesor. Tiene la ventaja de utilizar las situaciones reales de aula y tratar los problemas según van surgiendo, con lo que aumenta la validez ecológica, pero suele tener problemas de validez interna y externa al estar condicionada por el grupo y no ser el investigador el que establece las condiciones y los problemas.
2. Según sus objetivos. Se pueden diseñar investigaciones con distintos objetivos. Por ejemplo, Gutiérrez (1991) menciona los siguientes:
- a) Recopilación de información. Este tipo de investigación se encuentra en estudios descriptivos y evaluativos de carácter nacional que se realizan para determinar el estado actual de la educación, evaluar el éxito de un currículo, etc. Por ejemplo, en Gran Bretaña destacan el CSMS Project y los estudios elaborados por la *Assessment of Performance Unit* (APU).
  - b) Análisis del aprendizaje de los sujetos (bien individualmente, bien como grupos). Por ejemplo, el campo de investigación sobre el análisis de errores sistemáticos que cometen los alumnos.



- c) Diseño y experimentación de unidades didácticas y recursos educativos. La investigación curricular exige un proceso cíclico de desarrollo y evaluación. Un buen ejemplo es la realizada por el Instituto Freudenthal de Holanda (IOWO). Nuestra investigación tiene este objetivo, enfocado hacia el impacto de los recursos informáticos en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.
- d) Investigaciones centradas en la Historia de la EM o de las propias Matemáticas. Se toma el desarrollo histórico de un concepto o teoría matemática como un elemento que ayuda a comprender su proceso de aprendizaje o a organizar su enseñanza con estudiantes de hoy (Sierra, 1997). Por ejemplo, Rojano (1985) utiliza tres momentos históricos básicos de formación del álgebra para identificar diferentes fases en el proceso de aprendizaje del álgebra. Evidentemente, este paralelismo histórico-escolar tiene sus limitaciones.
- e) Investigaciones teóricas o de fundamentación de la DM. Por ejemplo, las realizadas por la Escuela Francesa de Didáctica y por el Grupo de Investigación “Teoría y Metodología de la Investigación en Educación Matemática” integrado en la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM).
- f) Meta-investigación o meta-análisis en DM. Investigación sobre las investigaciones realizadas en el campo. Es una síntesis de la investigación en un área. Sirve para comparar y sintetizar estudios sobre un mismo tema con diferentes metodologías. Es difícil de hacer, sobre todo, porque tiene el peligro de dar igual peso a todos los estudios, sean buenos o malos, si no se sigue una metodología rigurosa. A destacar el trabajo de Nesher y Kilpatrick (1990).

### **1.3.3. Métodos de investigación**

Podemos hacer dos grandes grupos:

1. Métodos cuantitativos o estadísticos. Sus características principales son:
  - a) Su fundamento filosófico es el positivismo lógico, intentan buscar los hechos o causas de los fenómenos.
  - b) Son objetivos.
  - c) Hay un tratamiento estadístico exhaustivo de datos procedentes de muestras amplias y representativas de sujetos.
  - d) Están orientados a la evaluación de resultados.
  - e) Un problema inherente a los estudios cuantitativos es que la decisión sobre la veracidad o no de un resultado depende exclusivamente de si un cociente supera o no un valor predeterminado (el nivel de significación de la prueba de contraste).

2. Métodos cualitativos o etnográficos. Sus características principales son:
- a) Su perspectiva filosófica es fenomenológica, interesa comprender la conducta humana.
  - b) Son subjetivos.
  - c) La recogida de información cualitativa se hace por observación (participativa o neutra) o por entrevista (método clínico de Piaget, por ejemplo).
  - d) Están orientados al proceso.
  - e) Por todo lo anterior, los constructivistas consideran los métodos cualitativos como los más adecuados.
  - f) Las dificultades de los métodos cualitativos se centran en la determinación de su fiabilidad y su validez.

Una técnica muy utilizada en investigaciones cualitativas es el análisis de protocolos. Un protocolo es una reproducción fiel y exhaustiva de la actividad de un individuo durante cierto espacio de tiempo. Según los objetivos de la investigación, el protocolo puede recoger la resolución de uno o varios problemas, la actividad en una o varias clases, una entrevista (entrevista clínica), etc. Se han planteado críticas contra "el pensamiento en voz alta" por la dificultad de la introspección y la resolución simultánea del problema y por la dificultad de la explicación coherente de las propias ideas (Borovcnik y Bentz, 1991).

Ha existido una polémica sobre si los métodos de investigación en Didáctica de las Ciencias Experimentales y Matemáticas deberían ser cualitativos o cuantitativos. Power (1976) señala que los primeros debates públicos se llevaron a cabo en 1974 en los congresos de la National Association for Research in Science Teaching (NARST), en los que los investigadores que defendían las posiciones a favor de los métodos cualitativos se basaban fundamentalmente en que la didáctica de las Ciencias y de las Matemáticas se encontraba en un estadio preparadigmático.

Sin embargo, según señala Gutiérrez (1987), la procedencia intelectual de los miembros de la comunidad científica implicados en este tipo de investigaciones determina de modo natural que se inclinen hacia los métodos duros: partir de modelos de fuerte estructuración formal que permitan el planteamiento de hipótesis, la manipulación de variables aisladas, la contrastación y la comprobación.

Aplicando lo expuesto en este apartado, podemos decir que nuestra investigación sigue una metodología cuantitativa y se basa en un diseño experimental.

## 1.4. Líneas actuales de investigación en didáctica de las matemáticas

Como dice Gutiérrez (1991), ha habido algunos intentos de plantear un listado de los principales problemas de la DM que deberían ser resueltos, a semejanza de la lista de los 23 principales problemas de las matemáticas enunciados por Hilbert en 1900, pero no tuvieron el mismo éxito. Uno de estos intentos se debe a Freudenthal (1981). Nesher y Kilpatrick (1990) y la serie del NCTM, "Research Agenda for Mathematics", dan idea de los principales campos de investigación. Si tuviéramos que resumir las líneas de investigación más fecundas, señalaríamos las siguientes:

1. Fundamentos epistemológicos, psicológicos y didácticos de la DM: En España es muy notable el trabajo desarrollado por el grupo de la SEIEM llamado "Teoría y Metodología de Investigación en Educación Matemática" y coordinado por Godino (2002, 1994). También, en esta línea de teorización se integra la Escuela Francesa de DM: Brousseau y su Teoría de las Situaciones Didácticas (1990), Chevallard y su concepto de transposición didáctica (1985), etc.
2. Análisis crítico de los modelos vigentes en enseñanza de las matemáticas y elaboración de modelos alternativos. Por ejemplo, Chamorro, desde la Teoría de las Situaciones, critica la excesiva aritmetización en el trabajo escolar con la medida y propone nuevas prácticas docentes (Chamorro y Belmonte, 1988). La investigación en aritmética (Bergeron y Herscovis, 1990; Carpenter, Moser y Romberg, 1982; Sowder, 1992) pone de relieve que:
  - a) Se ha pasado de poner el énfasis en las habilidades mecánicas de realización de operaciones a ponerlo en la comprensión de los conceptos y habilidades implicados.
  - b) Se ha pasado de utilizar el enfoque piagetiano a utilizar ideas de la ciencia cognitiva como representaciones mentales o redes conceptuales (por ejemplo, los campos numéricos).
  - c) Se ha desarrollado el interés por el cálculo mental y por la estimación.
3. Diseño y desarrollo Curricular. Estas investigaciones (Fey, 1980; Rico, 1997) versan sobre:
  - a) Determinación de nuevos fines de la enseñanza de las matemáticas.
  - b) Selección y estructuración de las ideas matemáticas a enseñar
  - c) Presentación de estas ideas a los alumnos
  - d) Evaluación de la efectividad del proceso de enseñanza-aprendizaje

4. Elaboración de teorías específicas acerca de los contextos de enseñanza-aprendizaje en matemáticas. Entre ellas, podemos citar:
  - a) La Teoría del Aprendizaje de las Matemáticas de Dienes (1960)
  - b) Fenomenología Didáctica de las Estructuras Matemáticas de Freudenthal (1983). Puig (1997) hace propuestas muy sugerentes sobre la utilización de esta teoría en la enseñanza de las matemáticas.
  - c) Teoría de los niveles de razonamiento de Van Hiele (1986). También en el campo de la Geometría, hay que citar los trabajos sobre visualización espacial de Bishop (1989).
  
5. Estudios sobre las concepciones y errores sistemáticos de los alumnos (Socas, 1997). Como ejemplo podemos resumir las líneas de estudio en el campo del álgebra:
  - a) Los investigadores interesados en el estudio inicial del álgebra buscan sus antecedentes en ciertas actividades estructurales de aritmética, como transformar problemas verbales en expresiones simbólicas o simplificar expresiones complejas.
  - b) Las variables son el elemento básico del álgebra escolar y por tanto, el centro de numerosas investigaciones. En Hart (1981) se alude a seis interpretaciones diferentes de las letras que aparecen en expresiones algebraicas o en problemas con valores desconocidos:
    - ? Letra evaluada.
    - ? Letra no usada.
    - ? Letra como objeto.
    - ? Letra como incógnita específica.
    - ? Letra como número generalizado.
    - ? Letra como variable.
  - c) El otro elemento importante en la investigación didáctica del álgebra son los problemas verbales y las ecuaciones. Wagner y Kieran (1989) plantean las siguientes cuestiones para delimitar el campo de estudio:
    - ? ¿Qué es un problema verbal algebraico?
    - ? ¿Cuándo un método de resolver problemas verbales es más algebraico que aritmético?
    - ? ¿Hay tipos particulares de problemas verbales que estimulen el desarrollo del razonamiento algebraico?

? ¿Qué está involucrado en el proceso de convertir problemas verbales en notación algebraica?

6. Estudios sobre los problemas prácticos y las preconcepciones didácticas y científicas de los profesores, así como de las estrategias formativas que favorecen su cambio y evolución (Linares y Sánchez, 1990).
7. Investigación en aspectos sociales y culturales de las Matemáticas. Tiene como objetivo el estudio de las formas en que el entorno social y cultural de los estudiantes influye en su aprendizaje tanto dentro como fuera del aula. Como muestra de esta línea de investigación diremos que el Grupo de Trabajo *Social Psychology of Mathematics Education*, liderado por Bishop, tiene en su agenda los siguientes temas:
  - a) Problemática de los estudiantes biculturales; en varios países.
  - b) Las relaciones entre los contextos sociales de las Matemáticas y el modelo de desarrollo del niño.
  - c) Componentes sociales de la evaluación en matemáticas.
  - d) Aspectos de diferencia social y cultural que influyen en el aprendizaje de las matemáticas.
8. Investigación en Educación Estadística. La comunidad de investigadores de este campo es muy activa y ha llegado a un cierto consenso sobre las principales cuestiones necesitadas de investigación en profundidad (Batanero *et. al.*, 2000). Dado el estatus teórico y aplicado de la Estadística como disciplina científica, se reflexiona si la Educación Estadística debe formar parte de la Educación Matemática o debe desarrollar sus propios paradigmas. En todo caso, las investigaciones concretas que se realizan tienen los mismo objetivos que las de didáctica de las matemáticas: estudios de fundamentación, estudios sobre obstáculos y errores de los alumnos en el aprendizaje probabilístico, trabajos sobre las creencias estadísticas y práctica docente de los profesores, propuestas de metodologías didácticas, etc. Ver, como ejemplos, Batanero (2000), Sáenz (1998) o Watson y Moritz (2000).
9. Trabajos sobre informática educativa. Se está desarrollando con fuerza una rama de investigación en DM que trata del fenómeno del ordenador como herramienta para el profesor y/o el alumno. En principio, se hicieron muchas investigaciones relacionadas con el LOGO. Los numerosos estudios realizados presentan resultados contradictorios. De Corte y Verschaffell (1987) plantearon con profundidad puntos de estudio que son comunes a la investigación en el campo: los problemas, tanto conceptuales como algorítmicos, subyacentes a la programación en sí misma. Los problemas relativos a la transferencia de conocimientos desde un entorno Logo a otros ambientes de trabajo matemático (geometría, aritmética, álgebra,...). La influencia de la programación Logo en las estrategias generales de razonamiento o de resolución de problemas. Los problemas inherentes a las diversas metodologías de enseñanza utilizables en entornos Logo (descubrimiento libre o guiado, enseñanza dirigida, etc.).

Actualmente, superada esta línea de investigación, hoy se analizan otras herramientas y metodologías. En el capítulo 2 tendremos ocasión de analizar en profundidad el impacto del ordenador en la enseñanza, en especial en la EM porque éste es el objetivo de nuestra investigación.

## **1.5. Fuentes de información en didáctica de las matemáticas**

El saber se obtiene estudiando y analizando la realidad a través del proceso de investigación o se obtiene acudiendo a las fuentes informativas para recabar lo que es producto de la investigación. El conocimiento, sistematización y análisis de las fuentes, constituyen un modo de comprensión de la identidad y situación actual de la disciplina.

Las comunidades educativas, al igual que cualquier otra comunidad científica, necesitan disponer de sistemas y medios de comunicación que posibiliten el intercambio de información entre sus miembros y la transmisión y difusión del conocimiento científico. Hay que tener en cuenta que en el campo de nuestra disciplina, como en cualquier otro, el aislamiento es un error que hay que evitar a toda costa. Es necesario conocer qué están haciendo otras personas interesadas por los mismos temas, qué problemas están siendo resueltos, qué soluciones se están proponiendo, etc.

Esta necesidad de conocimiento del trabajo ajeno, del abundante intercambio de información, está originada, en primer lugar, por la conveniencia de aunar esfuerzos para la resolución eficaz de problemas educativos que suelen ser muy complejos e inabordables por un solo investigador o pequeño grupo de investigadores. Pero también está originada por la conveniencia de evitar la pérdida de tiempo que supone trabajar para llegar a conclusiones que ya han hecho públicas otras personas o, lo que es peor, para cometer los mismos errores de otros investigadores.

La red de difusión de los estudios sobre educación matemática es grande a nivel internacional y nacional; sin embargo, los problemas de difusión de trabajos sobre educación matemática son importantes, en parte porque se trata de una disciplina nueva y en parte por los escasos recursos dedicados a estos trabajos. En este apartado se identifican los sistemas más habituales de comunicación entre los educadores matemáticos, considerándose los congresos, jornadas y reuniones por una lado, y las publicaciones por otro (tanto en soporte papel como en soporte electrónico). Describamos brevemente los más importantes de cada tipo.

### **1.5.1. Congresos, jornadas y reuniones**

1. International Congress on Mathematical Education (ICME): Congreso internacional organizado por la International Commission on Mathematical Instruction (ICMI), con carácter cuatrienal.
2. El Congreso internacional anual del Grupo Psychology of Mathematics Education (PME).

3. El Congreso internacional anual del Grupo Theory of Mathematics Education (TME).
4. El Congreso internacional anual (salvo los años que se celebra el ICME) organizado por la Commission Internationales pour l'Etude et l'Amelioration de l'Enseignement des Mathématiques (CIEAEM).
5. Reuniones y congresos en España: Se puede decir que la investigación en didáctica de las matemáticas es un campo consolidado y fructífero en España (Rico y Sierra, 1994). Los resultados de esta investigación son objeto de análisis crítico en la reunión que se celebra anualmente organizada por la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM). Se han organizado hasta ahora siete simposios.

Además y como confluencia de un vasto movimiento de grupos y asociaciones de profesores de matemáticas españoles, destacan las sucesivas reuniones anuales organizadas a partir del año 81 (con un paréntesis en los años 85-90) con el nombre de Jornadas sobre Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas (JAEM). También destacan los congresos internacionales organizados por la revista Enseñanza de las Ciencias, con periodicidad bianual, y las Jornadas Hispano-Lusas de Matemáticas.

### **1.5.2. Publicaciones periódicas (revistas)**

Existe un número considerable de revistas dedicadas de forma más o menos exclusiva a la DM. De entre ellas destacan las siguientes:

1. Educational Studies in Mathematics, fundada por Freudentha
2. Journal for Research in Mathematics Education, publicada por el NCTM
3. Recherches en Didactique des Mathematiques
4. Journal of Mathematical Behavior
5. For the Learning of Mathematics
6. Uno, Revista de Didáctica de las Matemáticas
7. Enseñanza de las Ciencias
8. Revistas de sociedades matemáticas como The Mathematics Teacher publicada por el NCTM; Bulletin de l'A.P.M.E.P.; SUMA, editada por la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas; Epsilon, editada por la Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales, etc.
9. Revistas relacionadas con el papel de los ordenadores en la enseñanza: Journal of Educational Computing Research, Matematics and Computer Education, Micromath, etc. En España, tuvo mucho impacto la revista ZEUS editada por el Grupo Logo- Madrid de la UAM.

10. Revistas especializadas en un área específica de las matemáticas como The Statistics Education Research Journal (SERJ), revista electrónica de la International Association for Statistical Education (IASE), copublicada con The International Statistical Institute (ISI). La IASE, sección educativa del ISI, es una institución con gran actividad y muy eficaz en el fomento de la calidad en la investigación y enseñanza de la Estadística y la Probabilidad.

### **1.5.3. Libros**

Hay diversas editoriales especializadas en DM:

1. Cambridge University Press (G.B.)
2. Oxford University Press (G.B.)
3. Cassell (G.B.)
4. NFER-Nelson (G.B.)
5. Kluwer Academic (Holanda)
6. Springer Verlag (Holanda)
7. Franklin Institute Press (EE.UU.)
8. Lawrence Erlbaum (EE.UU.)
9. National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (EE.UU.)
10. Editorial Síntesis (España)



#### **1.5.4. Bases de datos bibliográficas**

Se editan publicaciones periódicas conteniendo información, en forma de "abstracts", sobre publicaciones de todo tipo; en particular incluyen tesis doctorales y memorias de proyectos de investigación.

1. Internacionalmente las bases de datos más destacadas son:
  - a) MATHDI de la revista bibliográfica ZDM. Es una base de datos de la Universidad de Karlsruhe (Alemania) que publica reseñas de artículos, libros y abstracts de congresos.
  - b) Educational Resources Information Center (ERIC-SMEAC) de la Universidad de Ohio.
  - c) University Microfilm International (UMI) también conocida como Dissertations Abstracts International (DAI). Reseña tesis doctorales.
  - d) Behavioral Sciences Citation Index.
  - e) La revista Journal for Research in Mathematics Education dedica el número 4 de cada volumen a reseñar artículos seleccionados publicados en el año.
2. En España las más interesantes son:
  - a) Centro de Documentación de Didáctica de la Matemática Thales
  - b) Centro de Investigación, Documentación y Evaluación (CIDE)
  - c) Instituto de Información y Documentación en Ciencias Sociales y Humanas

#### **1.5.5. Direcciones de Internet útiles para la educación matemática**

Incluimos una recopilación de páginas web en las que se puede conseguir información sobre todo tipo de cuestiones relacionadas con la enseñanza de las matemáticas. En este sentido conviene citar que el número 15 (Enero de 1998) de la Revista Uno (Editorial Grao) dedica un monográfico al tema "Educación Matemática e Internet".

1. Principales motores de búsqueda de interés en Educación:
  - a) Google: [www.google.es](http://www.google.es)
  - b) Yahoo: [www.yahoo.com](http://www.yahoo.com)
  - c) Altavista: [www.altavista.com](http://www.altavista.com)

2. Direcciones de interés en Educación Matemática:

- a) [www.infoymate.net](http://www.infoymate.net): portal de informática y matemáticas, que da soporte a nuestro proyecto
- b) [www.cnice.mecd.es](http://www.cnice.mecd.es): es el servidor educativo del Ministerio de Educación de España que puede servir de punto de partida para navegar por INTERNET en busca de páginas matemáticas. En la opción RECAULA (recursos para el aula) hay una sección dedicada a las matemáticas.
- c) [www.xtec.es](http://www.xtec.es): servidor educativo de la Generalitat de Cataluña

Ejemplos de sitios Web de recursos matemáticos:

- d) [www.redemat.com](http://www.redemat.com)
- e) <http://mathforum.org>
- f) <http://descartes.cnice.mecd.es>
- g) <http://archives.math.utk.edu>
- h) [www.amstat.org/education](http://www.amstat.org/education)

Ejemplos de páginas personales de profesores de matemáticas:

- i) [www.terra.es/personal/jariasca](http://www.terra.es/personal/jariasca)
- j) <http://www.uam.es/servicios/apoyodocencia/ice/cesar/cesarsaenz.htm>
- k) <http://roble.pntic.mec.es/~jarran2>
- l) <http://www.ugr.es/~batanero/>
- m) <http://www.ugr.es/~jgodino/>
- n) <http://www.uv.es/Angel.Gutierrez>
- o) <http://b.kutzler.com/main.asp>

## Capítulo 2

### El recurso informático en la Educación, como tema de investigación

#### 2.1. La introducción de los ordenadores en la EM

Vamos a realizar un rápido recorrido por la historia de la Informática Educativa y por las cuestiones polémicas que suscitan las herramientas informáticas como recurso didáctico en la EM para comprobar que no hay todavía conclusiones firmes ni consensos establecidos acerca de la aportación real de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) al proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Se enfrentan las potencialidades que unos ven al recurso informático con las debilidades que ven otros, se contrabalancean las oportunidades con las amenazas que las TIC suponen para la educación. Sobre todo, se echan en falta propuestas metodológicas contrastadas que integren el recurso informático en la enseñanza de las matemáticas. En definitiva, en este capítulo queremos mostrar que se trata de un auténtico y pertinente problema de investigación educativa que merece la pena ser abordado.

##### 2.1.1. El debate sobre el impacto de la informática educativa

Durante los años 60, las primeras investigaciones sobre la utilización del ordenador en la enseñanza predecían el gran beneficio que produciría la aplicación de esta nueva tecnología en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Suppes, Jerman y Brian (1968) afirmaban que la introducción de los ordenadores en las aulas estaba llamada a provocar una revolución en la educación comparable a la que supuso la generalización del uso del libro en las escuelas del S. XVIII. Con menos énfasis, estos mismos autores consideraban los inconvenientes que podía plantear la introducción del ordenador en las escuelas: la falta de fiabilidad de las máquinas; el coste excesivo de la nueva tecnología; y sobre todo, el peligro de que los programas educativos constituyeran en sí mismos un currículum sin interés, trivial y excesivamente simplificado.

Es interesante subrayar que 40 años después, el problema de la fiabilidad de las máquinas está claramente resuelto; el problema del coste, que en principio se consideraba como algo fundamentalmente ligado al precio de las máquinas, hoy se comprueba que está provocado por el diseño e implementación del software; y permanece sin resolver el problema fundamental de saber si el ordenador puede producir un entorno de aprendizaje suficientemente rico y estimulante, tal como predecían los autores antes citados.

En las últimas décadas se han publicado numerosos trabajos en los que se analiza la influencia que en el mundo educativo está produciendo la introducción de los ordenadores en la enseñanza. Los resultados de estos trabajos no coinciden y en algunos casos están en franca contradicción. En todo caso parece que nos encontramos en una encrucijada en la historia de la tecnología educativa: los viejos conceptos no sirven pero las nuevas direcciones aparecen borrosas.

Los autores que hablan de éxito de la informática en la escuela lo argumentan en base al enriquecimiento de la enseñanza por la aportación de unos medios tecnológicos sin

precedentes en la historia de la educación que no solo proporcionan recursos materiales nuevos sino que generan o acompañan un movimiento de renovación pedagógica muy valioso. En este sentido la aportación de la informática educativa no se reduce solo a los instrumentos informáticos, multimedia y telemáticos sino que llega hasta el modelo constructivista de Papert y su entorno LOGO, pasando por el repertorio de programas de refuerzo de estructuras, simulación, resolución de problemas, tutores inteligentes, sistemas expertos o software abierto.

Además, en la alta valoración de la informática educativa incluyen el componente democratizador que supuso su llegada a la escuela. El ordenador termina con la hegemonía del profesor en el aula como única fuente de conocimiento y concita ilusiones de libertad e igualdad, pues ha de ser un instrumento capaz de ofrecer igualdad de oportunidades en virtud de la inteligencia original de los participantes en el proceso educativo. El ordenador puede permeabilizar las fronteras administrativas y rutinarias que aíslan a los docentes en niveles (desde enseñanza primaria hasta universitaria) y en materias disciplinares.

Por contra, hay otros autores que defienden que las TIC han tenido éxito rotundo en las empresas y en la sociedad en general y gracias a ese éxito han conseguido introducirse precariamente en la escuela, no sin vencer grandes dificultades aún no superadas. Muchos profesores critican las dotaciones millonarias en material electrónico con dudosa rentabilidad escolar ya que todavía está por lograrse la integración curricular de las TIC, esto es, su uso para desarrollar sistemáticamente los contenidos (conceptos, procedimientos y actitudes) de las distintas disciplinas. En su valoración negativa incluyen la componente de totalitarismo tecnológico que suponen los nuevos medios. Tiene esto que ver con la autosuficiencia de las TIC: los medios informáticos se han convertido en objeto de estudio en sí mismos, bajo la etiqueta de alfabetización informática, y crecen en la ignorancia de los fines educativos a los que, en teoría, sirven.

La mayoría de los investigadores que afirman que la utilización de los ordenadores en la enseñanza está siendo un fracaso (como sucedió con otras tecnologías anteriores), no niegan la potencialidad de la tecnología informática para mejorar la calidad de la enseñanza pero atribuyen a la poca calidad del software educativo desarrollado hasta ahora, los malos resultados conseguidos. Como dice Schank (1991), un problema en la producción de programas es que frecuentemente "se desarrolla el software educativo que se puede desarrollar más que el que se debiera desarrollar", es decir el programa es bueno solamente porque es el que se puede construir.

Inicialmente, el software educativo era solo una herramienta de "pasar páginas de libro": el alumno situado ante una pantalla llena de texto, pulsa una tecla y se muestra otra página de texto y así sucesivamente. Este software no era bueno pero era lo que sabían hacer los diseñadores de programas; por otro lado, las limitaciones tecnológicas del hardware coartaban, en un principio, las posibilidades de desarrollo del software. Con todo, hoy en día se han mejorado sustancialmente las prestaciones de las máquinas y los diseñadores, sin embargo, siguen "poniendo texto en una pantalla", con demasiada frecuencia.

Otro de los problemas importantes que se señalan en la integración del ordenador en la práctica educativa es el de la escasa formación del profesorado para trabajar en un entorno educativo informático. En la línea de abordar este problema y con ánimo de contribuir a la mejora de esta formación, el modelo de Formación-Investigación que presentamos incluye

una propuesta detallada de formación y actuación del profesor en un entorno informático, como describiremos más adelante.

### **2.1.2. Posibilidades didácticas del ordenador en el aula de matemáticas**

Las matemáticas son una de las áreas en las que más se ha extendido el uso de los ordenadores. La posibilidad de concretar los entes del pensamiento formal de modo que puedan ser manipulados activamente por el alumno mediante entornos computacionales, a la vez que se favorece la exploración de conceptos, junto con la gran potencia gráfica y numérica de los ordenadores, convierten a éstos, no ya en un recurso didáctico más sino en un elemento fundamental de los currículos matemáticos.

Tradicionalmente se han clasificado las ventajas de la enseñanza asistida por ordenador en dos categorías:

- a) Ventajas derivadas de las funciones que pueden realizar los ordenadores y que no pueden ser ejecutadas fácilmente por otros medios.
- b) Ventajas en funciones que también pueden ser realizadas por los profesores y a través de otros medios distintos del ordenador.

En la relación a la primera categoría, el ordenador:

1. Enseña temas complejos o especializados para los que no se dispone de profesor adecuado.
2. Permite la enseñanza de áreas del currículo donde se requiere una solución informática para abordar problemas reales y complejos; por ejemplo, problemas que no pueden ser resueltos analíticamente y exigen cálculo numérico.
3. Permite a los estudiantes investigar sistemas multivariados cambiando valores y parámetros, con inmediato *feedback* individual.
4. Permite a los estudiantes experimentar sistemas peligrosos, caros, que requieren mucho tiempo en el laboratorio y verificar hipótesis o conjeturas sin hacer experimentos reales, por ejemplo, en teoría de probabilidades.
5. Permite a los estudiantes estudiar temas que requieren el acceso a grandes bases de datos que no pueden ser manipuladas manualmente.
6. Incide positivamente en la motivación del alumno pero tal vez esto sea coyuntural ya que el atractivo del ordenador se debe, entre otras cosas, a su carácter de juguete nuevo. De todos modos, puede que los estudiantes encuentren atractivo el trabajo matemático ante las posibilidades del sistema, que elimina la labor rutinaria y potencia la parte creativa. En todo caso, se adquiere familiaridad con el ordenador; enseña las limitaciones y potencialidades de los modelos con ordenador, técnicas numéricas y de optimización, diseño asistido por ordenador, etc.
7. Aporta unas posibilidades gráficas que permiten la mejor comprensión de muchos conceptos matemáticos.

8. Permite presentar una matemática más próxima a los problemas reales y a la forma de trabajo en la actividad profesional, sin necesidad de usar datos preparados para facilitar los cálculos.
9. Conviene señalar la posibilidad de utilizar estas herramientas en otros contextos tanto académicos como profesionales.

En relación a la segunda categoría, el ordenador:

1. Permite enseñanza individualizada y por tanto la acomodación a gran número de alumnos y a estudiantes con dificultades de aprendizaje, variando el punto de entrada al programa informático, el tipo y cantidad de *feedback* y el tiempo y lugar de aprendizaje.
2. Desde el punto de vista de la organización docente permite un trabajo más autónomo del estudiante, adecuando su ritmo de trabajo a su situación personal, al tiempo que favorece el trabajo en equipo. En definitiva, permite el aprendizaje centrado en el estudiante, responsabilizándole de su propio aprendizaje.
3. Crea situaciones de enseñanza impersonal donde los estudiantes pueden cometer errores en privado.
4. Obvia las dificultades de muchos alumnos con la operatoria gracias a su potencia de cómputo y evita los errores de cálculo.
5. Da oportunidades a los estudiantes de consolidar y demostrar dominio de conceptos previamente aprendidos.
6. Permite a los estudiantes practicar toma de decisiones y destrezas de resolución de problemas.
7. Proporciona una ayuda a los profesores para que reconsideren los objetivos y métodos de su enseñanza.
8. Puede suministrar información a los profesores del rendimiento de los estudiantes.
9. Enseña temas repetitivos o de bajo nivel que resultan aburridos y tediosos para los profesores.
10. Permite que prime la reflexión y el análisis de resultados porque se requiere menos tiempo para hacer cálculos rutinarios.
11. Incrementa la posibilidad de hacer matemáticas experimentales en el aula. A veces, la mejor forma de comprender el alcance de un teorema o la efectividad de un algoritmo es analizar los resultados que se obtienen al variar las hipótesis, condiciones iniciales, etc.

No cabe duda de que el ordenador tiene un impacto específico en la enseñanza de cada una de las ramas de las matemáticas. Veamos como ejemplo ese impacto en cinco temas importantes del currículo:

**1. Aritmética y álgebra:** la enseñanza de la aritmética y del álgebra alcanza una dimensión distinta con el uso de **Derive**. Este permite suprimir la parte tediosa de cálculo y que el alumnado ponga toda su atención en la conjetura, formulación de hipótesis e interpretación de resultados. **Derive** también permite en álgebra un cálculo simbólico para un aprendizaje dinámico de relación entre el álgebra y la geometría, al poder estudiar la interpretación gráfica de cualquier ecuación.

**2. Geometría:** desde siempre se ha dicho que el campo de la enseñanza de la geometría tanto sintética como analítica es uno de los que más fuertes modificaciones puede sufrir mediante el uso de ordenadores. El **Cabri** abre todo un mundo de exploración geométrica de gran potencia educativa, que puede ser usado en varias áreas (matemáticas, física, dibujo, ...), permite el dibujo y tratamiento de objetos geométricos de forma sencilla y atractiva para el alumnado para dar paso a la abstracción a través de la manipulación de objetos concretos. **Cabri** permite el tratamiento de problemas geométricos desde un enfoque dinámico, por ejemplo, el estudio de los movimientos.

**2. El estudio de funciones:** este tema está presente en todo el currículo de matemáticas. El estudio de funciones se puede facilitar usando programas, como **Derive**, que permiten representar cualquier función. Las posibilidades gráficas del ordenador hacen que el alumno pueda "ver" la relación entre conceptos tales como función lineal y ecuación de 1<sup>er</sup> grado, función cuadrática y ecuación de 2<sup>o</sup> grado y la relación entre puntos que pertenecen a dos funciones y resolución del sistema de dos ecuaciones con dos o más incógnitas. La representación gráfica de funciones cualesquiera se puede usar para estudiar también conceptos como límite y continuidad, crecimiento y decrecimiento o puntos extremos de una función analizando la gráfica en su conjunto o en los alrededores de un punto. También permite el cálculo simbólico de derivadas e integrales.

**3. Estadística y probabilidad:** la enseñanza de la estadística se puede enfocar desde una perspectiva experimental proponiendo a los alumnos la realización de encuestas y el análisis de las respuestas obtenidas. El ordenador liberará a los alumnos de la parte mecánica de los cálculos que implica el tratamiento estadístico de cantidades de datos lo que permitirá una mejor adquisición de los conceptos relacionados con la estadística. Las representaciones gráficas de los diagramas, asociadas a los programas de estadística, y la posibilidad de plantearse distintas distribuciones variando algunos valores llevará a los alumnos a la comprensión del significado de los parámetros estadísticos.

Las posibilidades de simular con el ordenador experimentos aleatorios y de repetirlos, permite una comprensión del tema que, sin este medio, resulta muy difícil. Las hojas de cálculo, como **Excel**, pueden ser una herramienta adecuada para simular procesos aleatorios por la facilidad con que un fenómeno puede ser repetido gran cantidad de veces. Sáenz (1992) presenta un ejemplo de utilización de una hoja de cálculo para estudiar el concepto de convergencia funcional *versus* convergencia en probabilidad.

**4. Resolución de problemas:** son varios los programas existentes cuyo objetivo es el de presentar al alumnado una colección de problemas de los más diversos tipos y niveles. Generalmente se pide que el usuario de la solución y disponen de varios niveles de información y ayudas para la resolución. No pocas veces estos programas son de una utilidad muy limitada y de una rigidez excesiva. Habrá que valorar la cantidad y calidad de los problemas propuestos y muy especialmente la posibilidad de que el profesor pueda modificar los problemas propuestos o incorporar otros nuevos (García *et. al.*, 1995).

### 2.1.3. Dificultades y carencias del ordenador en la práctica escolar

Ahora bien, las ventajas enunciadas muchas veces quedan en el papel y no se cumplen en la realidad. En cualquier reunión de informática educativa los profesores, una y otra vez, se quejan de la inexistencia de aplicaciones informáticas útiles y de fácil manejo, piden información sobre *courseware* relevante, sobre propuestas que cubran el currículo que tienen que impartir, reclaman soporte y guía para el uso efectivo de los ordenadores en el aula y denuncian, en definitiva, que las llamadas pomposamente Tecnologías de la Información y Comunicación no han cambiado significativamente la práctica escolar.

¿Por qué ha ocurrido este fracaso? Las causas no parecen ser simples pero se pueden esbozar algunas:

1. Hay mucho *software* de pobre calidad o inadecuado. Se pueden detallar las deficiencias técnicas más acusadas:
  - a) Inflexibilidad o uniformidad del tratamiento de un tópico, lo que refleja una incapacidad de prever varias alternativas y grados de dificultad.
  - b) Tono pedante que inhibe al alumno de la exploración y desarrollo de conceptos.
  - c) Traducción o traslado puro y simple del libro de texto a la pantalla lo que supone renunciar a las ventajas técnicas del ordenador.
  - d) Uso de gráficos para decoración en lugar de utilizarlos para la mejora de la comprensión de las ideas matemáticas.
2. Hay dificultades para introducir el ordenador en el trabajo diario de la clase. Cuando los profesores deciden poner en marcha una experiencia de uso de TIC, se encuentran ante sí con una serie de cuestiones controvertibles:
  - a) ¿Cómo y en qué casos permitir el uso del ordenador? Desde luego, cuando favorezca la consecución de los objetivos educativos propuestos. En muchos casos es necesario que el alumno realice a mano algunos cálculos rutinarios que podría hacer el ordenador. Carece de sentido, por ejemplo, pensar que ya no tiene que aprender a derivar porque esto lo hace la máquina. La idea sería que los alumnos utilicen el ordenador para hacer más rápido algo que ellos harían bien pero de forma más lenta. Se debe aprovechar el hecho de que la



máquina sabe calcular una derivada o un límite para incidir en el carácter algorítmico de ciertos problemas.

- b) ¿Cómo evitar que la clase de matemáticas se convierta en clase de aprender a usar una herramienta informática? Un requisito fundamental de cualquier herramienta novedosa que se pretenda utilizar en clase es el de minimizar el tiempo empleado en su aprendizaje. El profesor deberá preparar las actividades prácticas con todas las instrucciones suficientemente detalladas para que el alumno no tropiece con dificultades que no sean de matemáticas. El objetivo básico no es saber cómo se calcula X con una máquina, sino mejorar la comprensión de lo que es y significa X, reduciendo parte del tiempo empleado tradicionalmente en calcular X.
  - c) ¿Son útiles en la enseñanza de las matemáticas los asistentes matemáticos? Hay un conjunto de aplicaciones informáticas que son muy utilizadas en el trabajo matemático, tanto en matemática pura como en matemática aplicada: **Derive**, **Cabri** y **Excel**. La cuestión es si son también adecuadas como recurso en la enseñanza de las matemáticas y cuál sería la metodología óptima de trabajo con estos asistentes.
  - d) ¿Cómo fomentar el sentido crítico? Hay que evitar la fe ciega en el ordenador, para ello se puede sacar partido de los posibles fallos que tenga el programa procurando situaciones contradictorias controladas que obliguen al alumno a analizar la coherencia de los resultados. También se puede favorecer el desarrollo de la capacidad crítica haciendo resolver un mismo problema por diferentes procedimientos (gráfico, numérico, analítico, etc.). En todo caso, el profesor debe evitar expectativas exageradas de lo que el ordenador puede aportar en el trabajo matemático.
3. Hay escasa e inadecuada formación de profesores en relación a las TIC.
- a) ¿Cómo realizar la actualización docente del profesorado? Debemos decir que no basta con la formación inicial del profesorado, hay que diseñar una buena formación permanente debido al rápido avance de la tecnología informática. Precisamente las herramientas telemáticas (correo electrónico, foros de debate, navegadores, etc.) pueden ayudar a esta formación continua porque posibilitan y mejoran la formación a distancia, no presencial y no reglada. Aparentemente el objetivo de esta formación está claro: dotar al profesorado de conocimientos y capacidad de utilización de recursos y tecnologías educativas. Analizando el objetivo en profundidad se plantean una serie de interrogantes sobre lo que se entiende por capacidad de utilizar apropiadamente las TIC:
    - ? ¿Qué nivel de conocimientos tecnológicos se requieren?
    - ? ¿Es preciso formar al profesorado para que analice, evalúe y tome decisiones en relación con el *software* que se puede utilizar en el aula?

- ? ¿Es preciso formar al profesorado para que construya sus propios programas educativos?, en este caso ¿qué papel desempeñarían los lenguajes de programación?
  - ? ¿Habría que insistir en la capacitación del profesorado para que realice especificaciones de programas educativos?
- b) En el caso del manejo de programas abiertos (lenguajes, micromundos, entornos de resolución de problemas, programas de propósito general, asistentes matemáticos: Derive, Cabri, Excel, etc.)
- ? ¿Cuáles serían las destrezas requeridas para su utilización didáctica?
  - ? ¿Qué incidencia tienen los sistemas informáticos y las redes telemáticas en el enfoque del aprendizaje cooperativo y en la atención a la diversidad de los alumnos?

#### 4. No hay una reflexión actualizada sobre los objetivos de la educación matemática

Una posible forma de evitar los innegables riesgos y dificultades que estamos señalando sería no utilizar ordenadores ni calculadoras en la clase de matemáticas. Esta solución no es realista ni conveniente. Se deberían extraer conclusiones de la experiencia con calculadoras científicas, analizando su influencia y el hecho de haber sido relativamente ignoradas en la enseñanza.

Los ordenadores existen y hay que aprender a utilizarlos y sacarle partido, es preciso replantearse el estilo de enseñanza teniendo en cuenta esta realidad. Veamos, a título de ejemplo, algunos objetivos docentes matemáticos que adquieren especial importancia:

- a) Capacidad de estimar resultados.
- ? Usando la calculadora los alumnos dan, a veces, resultados incoherentes. El objetivo no es que calculen manualmente el producto de 5,0232 por 20,1231 sino que sepan que el resultado es un número cercano a 100; deben ser conscientes de que tienen que revisar los cálculos hechos si una probabilidad les da mayor que 1; etc.
  - ? Es evidente que con las herramientas de cálculo se puede poner más énfasis en los procedimientos de cálculo y en la estimación de soluciones. Este proceso comenzó ya con la introducción de las calculadoras en las aulas, y ahora se ve reforzado gracias al trabajo con entornos computacionales, como los asistentes matemáticos. Es de mucho mayor interés realizar un procedimiento que calcule las soluciones de una ecuación cualquiera que aplicar fórmulas para determinados tipos de ecuaciones, existiendo la posibilidad, además, de obtener una representación gráfica de la solución.

b) Capacidad de reconocer expresiones equivalentes.

? Al trabajar con herramientas de cálculo simbólico, se obtienen en ocasiones resultados diferentes de los esperados o de los obtenidos mediante cálculo manual. No se trata necesariamente de un error y el alumno debe ser capaz de detectar si se trata de una forma equivalente de la misma expresión. Para ello, dispone como recursos, no solo de reglas de simplificación, sino también de capacidades gráficas y de técnicas de evaluación numérica de la máquina.

c) Capacidad de modelizar problemas e interpretar resultados (Castro y Castro, 1997).

? Existe un consenso bastante amplio acerca de que las matemáticas escolares deben abordar como tarea muy importante la modelización y resolución de problemas. ¿Qué pueden aportar los ordenadores en esta tarea? Coincidimos con Cajaraville (1989) en que los ordenadores disponibles en la escuela no tienen la capacidad de resolver problemas, se limitan a procesar algoritmos que nosotros diseñamos previamente y que hemos de "enseñar al ordenador" mediante un lenguaje formal, inteligible para la máquina. Pues bien, esta tarea de enseñar al ordenador, proporciona un gran valor añadido al proceso de aprendizaje del alumno.

? Con las TIC se puede poner mayor énfasis en la resolución de problemas reales, en cómo formularlos de forma matemática, qué conceptos y herramientas matemáticas utilizar para resolverlos y en la interpretación que se ha de dar a los resultados gráficos, numéricos o simbólicos que se obtengan.

? Con la utilización de los ordenadores las clases de matemáticas se convierten en laboratorios experimentales que permiten al alumnado explorar alternativas y aplicar diferentes estrategias de resolución de problemas. El concepto de variable adquiere una concreción mayor, al poseer una existencia real que permite al alumno realizar, por ejemplo, cuadrados de tamaño variable. Frente al modelo de resolución algebraico, se pueden implementar métodos iterativos o recursivos y la interpretación gráfica de resultados. Instrumentos tales como la hoja de cálculo Excel, permiten la realización de modelos, la prueba de hipótesis, la elaboración de planificaciones sistemáticas, etc. El Cabri permite la conceptualización de la geometría y desarrolla las capacidades visuales, esenciales en la educación matemática (Bishop, 1989). Y el Derive permite trabajar simbólicamente derivadas, integrales, representar funciones, etc.

d) Capacidad de manejar aproximaciones numéricas.

? Las TIC trabajan en ocasiones con aritmética de precisión fija, lo que obliga a manejar aproximaciones numéricas. La comprensión del significado de aproximación y de los riesgos de esta forma de trabajar (por ejemplo: errores de redondeo) es importante para los alumnos. Derive permite trabajar numéricamente con aproximaciones casi sin límites, por ejemplo el número  $\pi$  con 50 000 decimales lo consigue en décimas de segundo.

5. No hay buenos ejemplos de desarrollos curriculares basados en el ordenador

a) Tanto en el Diseño Curricular Base (DCB) de Primaria como de Secundaria se hacían una serie de recomendaciones sobre la utilización de las TIC en el área de matemáticas que nos parecen pertinentes. Como ejemplo, podemos citar la indicación que se hacía en los capítulos de introducción. En ellos se decía que "el uso de los nuevos medios tecnológicos ha de tener repercusiones en la manera de enseñar las matemáticas y en la selección de contenidos". En las mismas páginas se hacía notar que existen programas de ordenador que "proporcionan una ayuda inestimable para el aprendizaje de determinados contenidos escolares". El DCB hacía también patente la necesidad de fomentar, paralelamente al tipo de pensamiento deductivo, un "razonamiento empírico-inductivo" en el que "los tanteos previos", "la posibilidad de modificar las condiciones iniciales y ver qué sucede, etc." se revalorizan. En definitiva, proponía realizar la integración de los ordenadores en el desarrollo curricular desde un enfoque experimental.

b) En las orientaciones didácticas y para la evaluación correspondientes al área de matemáticas de la Educación Primaria y de la Secundaria se incluían varios párrafos, englobados bajo el título "Los ordenadores", en los que se daban orientaciones para el uso didáctico de estos medios diciendo:

*"42. Entre las características del ordenador, hay tres que interesan especialmente desde un punto de vista didáctico, y que el profesor debe valorar para decidir utilizarlo como recurso. Por una parte, el ordenador proporciona una forma cómoda de gestionar y representar la información, permitiendo que el alumno dedique su atención al sentido de los datos y al análisis de los resultados. Otra es la posibilidad de ejecutar órdenes de muy distinto tipo (dibujos, cálculos, decisiones...) con gran rapidez. Por tanto, puede simular experiencias aleatorias que manualmente sería imposible realizar, trazar una o varias gráficas a partir de datos o fórmulas, ejecutar algoritmos de cálculo largos y tediosos o con expresiones complicadas. La tercera característica es la de interaccionar con el usuario, que puede intervenir en determinados momentos proponiendo datos o tareas nuevas en función de los resultados que se van obteniendo, lo que le convierte en un poderoso instrumento de exploración e indagación. Es precisamente esta capacidad de interacción, junto con sus posibilidades de tipo audiovisual, lo que hace que el uso del ordenador en el aula sea motivador en sí mismo.*

43. *En cualquier caso, a la hora de usar ordenadores, el profesor debe valorar el tiempo que necesitarán sus alumnos para manejar un determinado programa en comparación con la calidad de los aprendizajes que pueden hacer, sin perder de vista el mundo en el que habrán de moverse sus alumnos y la evolución de la informática hacia una forma más natural de interacción con el ordenador."*

## **2.2. Principios didácticos de la utilización del ordenador**

Como hemos vislumbrado en el apartado anterior, el debate sobre las matemáticas del futuro y el papel que desempeñarán las TIC en su enseñanza está abierto. Hay que insistir en que el mero uso de las nuevas tecnologías no va a solucionar los problemas de la enseñanza de las matemáticas y puede crear otros nuevos. Sus beneficios dependerán del modo en que se usen por lo que es preciso su integración en un proyecto docente global y el diseño de la metodología adecuada.

En este sentido, resumimos en forma de decálogo las ideas, sugerencias y propuestas que hemos recogido de la revisión bibliográfica sobre las buenas prácticas en la utilización del recurso informático en el aula (Cajaraville, 1989; García *et. al.*, 1995; Sáenz, 1995).

### **1. Elegirás una teoría para que te guíe en la práctica**

Coincidimos con Orton (1990) cuando defiende la necesidad de que los profesores dispongan de un marco teórico del aprendizaje que sustente las decisiones didácticas que toman en su práctica docente. Esto se deriva de que en la investigación científica, es la existencia de una teoría lo que permite explicar los resultados empíricos encontrados. Si no queremos dar "palos de ciego" metodológicos ni dejarnos llevar por la última moda didáctica, es necesario analizar nuestra práctica educativa a la luz de las teorías del aprendizaje. El problema es la diversidad de teorías psicoeducativas existentes que implican metodologías didácticas distintas y distintos modos de utilización de los recursos. En este sentido, se debe analizar el *software* educativo, como recurso didáctico que es, a la luz de la teoría cognitiva (implícita o explícita) que lo soporta. En Sáenz (1995) se hace un análisis de este tipo.

### **2. Sacarás partido de las potencialidades del medio informático**

El ordenador es un medio simbólico diferente a los tradicionales (por ejemplo, el libro) y por ello aporta soluciones pero también problemas específicos al incorporarlos a la práctica educativa. Enunciamos las características con potencialidad didáctica del ordenador:

- a) Interactividad.
- b) Dinamismo.
- c) Integración de diferentes notaciones.
- d) Capacidad de cálculo con grandes números.

- e) Integración de aspectos procedimentales y declarativos del conocimiento.
- f) Situación de resolución de problemas.
- g) Variedad de *software*.

### **3. Combinarás las tareas informáticas con las no informáticas**

El medio informático es, quizá, necesario pero no suficiente en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Empleando un término muy utilizado en el lenguaje informático diríamos que el aprendizaje ha de ser multimedia: el ordenador no expulsa del aula al libro, ni a la manipulación de sólidos geométricos, ni al juego probabilístico con dados cargados. La unidad didáctica correspondiente englobará a tareas informáticas y no informáticas, presentando una variedad de situaciones de aprendizaje

### **4. Utilizarás el ordenador partiendo de aprendizajes específicos**

El objetivo no debe ser aprender acerca del ordenador sino aprender contenidos disciplinares a través del ordenador. Aún admitiendo que el trabajo con ordenadores desarrolla destrezas generales cognitivas de alto nivel, como resolución de problemas, razonamiento lógico, etc. (lo cual, dicho sea de paso, es objeto de aguda polémica entre los investigadores de la ciencia cognitiva), parece que estas destrezas se aprenden simultáneamente con los conocimientos específicos de la asignatura en estudio y no de forma independiente (Solomon, 1987).

### **5. Introducirás el ordenador en el área**

Debe ser un objeto de trabajo cotidiano y no excepcional, que se usa al tiempo de otros medios didácticos. Conviene minimizar el número de programas matemáticos diferentes a utilizar en un mismo curso para evitar que los alumnos se pierdan en la tecnología, hacer una presentación atractiva de la herramienta elegida, destacando las posibilidades que puedan resultar más llamativas para los estudiantes y empezar poco a poco, utilizando la máquina exclusivamente para cubrir aquellos objetivos docentes en los que la aportación sea claramente efectiva.

### **6. Harás trabajar a los alumnos en grupo**

Hay que fomentar la interacción entre iguales y el ordenador resulta un medio adecuado y natural para ello. Esto se complementa con el hecho de que el ordenador es útil en tareas y proyectos interdisciplinares.

### **7. No dejarás que el ordenador te sustituya**

El profesor no es solo un comunicador de conocimientos sino que es el director-coordinador del proceso de enseñanza-aprendizaje que ocurre en un aula. Y si en la primera función puede ser sustituido por un ordenador, de ninguna manera puede ser reemplazado en la segunda; ni siquiera se contempla que los potenciales programas de EAO basados en la inteligencia artificial puedan sustituir al profesor. Algunas de las tareas en que el profesor es irremplazable son las siguientes:

- a) Elegir con cuidado los problemas a proponer así como la forma de proponerlos.
- b) Diseñar meticulosamente el guión de las prácticas a realizar. El alumno no debe emplear su esfuerzo en pelearse con la máquina sino en hacerlo con las matemáticas.
- c) Imaginar el comportamiento y las dificultades del alumno a la hora de llevar a cabo la práctica. Es importante hacerle redactar siempre algunas conclusiones, para obligarle a reflexionar sobre los resultados obtenidos.

Las TIC no tienen porque ser competidores del profesor, y pueden convertirse en excelentes aliados. El ordenador puede liberar al profesorado de las tareas más serviles, permitiéndole ser sobre todo educador. Las tareas más mecánicas, como impartir conocimientos o transmitir machaconamente informaciones, quedarían confiadas a las TIC, reservándose el profesor/a las tareas más específicamente humanas: motivar conductas, orientar el trabajo de las alumnas y alumnos, resolver sus dudas, atenderles según su nivel individual de aprendizaje. Donde nada ni nadie podrá reemplazar al profesor o profesora, será en la explotación de las informaciones recibidas, en la animación de discusiones, en la organización de experiencias de aprendizaje, en la guía para la adquisición de habilidades. En estas tareas el profesorado es insustituible; las otras, las hacen mucho mejor las máquinas.

## **8. Enunciarás con claridad los objetivos curriculares**

El ordenador ha de utilizarse en un entorno de aprendizaje integral, al servicio de unos objetivos curriculares y como componente de una metodología didáctica global. No se debe buscar con la utilización del ordenador el aprendizaje espontáneo ya que este, por sí solo, no es fuente de adquisiciones cognitivas importantes. En los centros de enseñanza el alumnado no contacta con la realidad de forma directa en la mayoría de los casos, sino a través de diversos medios o recursos: desde los libros de texto, hasta el material de laboratorio; desde una salida para visitar un museo, hasta la dramatización en clase de idioma. Se pueden considerar pues los recursos como materiales apropiados para ayudar al alumnado a conseguir los objetivos de aprendizaje; por ello no se trata tanto de meterlos en el aula, como de incluirlos en el currículo; en otras palabras, no se trata solo de tenerlos sino de utilizarlos adecuadamente.

## **9. Formarás a los profesores antes de que enseñen a los alumnos**

Hay que definir con profundidad y precisión la intervención del profesor en un entorno de enseñanza-aprendizaje con ordenadores porque, entre otras cosas, la presencia del ordenador es una nueva mediación que aparece en el aula y que modifica en parte, la mediación del profesor. Esta idea es tan importante que será objeto de análisis específico en el siguiente apartado.

## **10. Nunca olvidarás que el ordenador es una máquina**

Este apartado, aunque lo parece, no es una perogrullada sino que sintetiza el mensaje de todo el decálogo: el ordenador es un recurso didáctico más, aunque con nuevas

potencialidades educativas, y como tal es el profesor quien debe marcar su función dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje.



## 2.3. Implicaciones de las TIC en la formación del profesorado

### 2.3.1. Impacto escolar de las TIC

La presencia masiva de las TIC en todos los escenarios sociales es una característica esencial de la cultura occidental en este comienzo de siglo; además, se supone que esta presencia se intensificará a medio y largo plazo. Los expertos en prospectiva auguran que los profesionales del futuro próximo tendrán que abordar nuevos campos de trabajo, inéditos hoy día, y más que el dominio exhaustivo de técnicas concretas, que pueden quedar obsoletas o ser ejecutadas por una máquina, se les exigirá un perfil profesional donde dominen destrezas transferibles de unos entornos de trabajo a otros y una gran capacidad de reciclaje.

El impacto social de los nuevos medios tiene su repercusión en la escuela; surge la necesidad de cambiar el entorno educacional en los siguientes aspectos:

1. **Nuevo estilo de aprendizaje:** Entwistle (1987) contraponen el enfoque superficial, característico de la era Pre-TIC, al enfoque profundo que debe definir el aprendizaje apoyado en las TIC. En el aprendizaje superficial, las tareas se abordan como una imposición externa, presentan unos requerimientos que hay que completar, y por eso no hay reflexión acerca de los propósitos o de las estrategias usadas, y es muy importante memorizar la información necesaria para llevarlas adelante; esta información se compone de elementos discretos, como principios y ejemplos, que se mezclan sin distinción y sin integrarse en un aprendizaje significativo.

En el aprendizaje profundo, por contra, se intenta comprender la tarea, hay una vigorosa interacción con el contenido, se busca relacionar las nuevas ideas con el conocimiento previo y los conceptos con la experiencia cotidiana, se examina la lógica de los argumentos utilizados y las conclusiones a las que se llegan se valoran a la luz de la evidencia. En definitiva, se trata de aprender destrezas más que contenidos y aprender "haciendo" más que memorizando.

2. **Nuevo currículo:** hay temas relacionados con las TIC que se deben incorporar a los programas de estudio en los distintos niveles del sistema educativo. Los ciudadanos han de estar informados de las implicaciones de las TIC en los diversos campos de la vida social y han de estar familiarizados con los usos actuales y potenciales de los sistemas; por ejemplo, en una cultura de la información masiva será necesario conocer formas varias de almacenamiento y manipulación de esa información.

Se deben evaluar desarrollos curriculares basados en los recursos tecnológicos. Ya hay una masa crítica de experiencias sobre la utilización de distintos tipos de *software* en diferentes campos. Solomon (1987), en su momento, hizo una primera valoración de las mismas: afirmaba, por ejemplo, que programas de propósito general como los tratamientos de texto se mostraban como una ayuda valiosa en los aprendizajes de lectura y escritura, los programas de simulación eran de gran utilidad en el aprendizaje de las ciencias, lenguajes como LOGO demostraron su

potencia como instrumento para el desarrollo de capacidades de resolución de problemas en el ámbito de las matemáticas, etc.

Es urgente actualizar esta valoración, se plantea la necesidad, cada vez más aguda, de obtener evidencias respecto a los efectos reales del uso de las TIC en el aula:

- a) ¿Han mejorado realmente los procesos de enseñanza-aprendizaje?
- b) ¿Bajo que condiciones son efectivos los nuevos recursos?
- c) ¿Qué lecciones generales pueden ser extraídas de las experiencias realizadas?
- d) ¿Qué acción futura debe acometerse?

El análisis de situaciones en el aula con los nuevos medios y recursos debe constituir un campo prioritario de investigación educativa.

### **2.3.2. Nuevo perfil del profesorado**

El cambio del entorno educacional exige un nuevo perfil del profesor. Las notas características de este perfil se definen a partir de los nuevos estilos de aprendizaje que han de regir en las aulas y de la vocación de los nuevos currículos que han de ser diseñados y desarrollados.

Hasta ahora, en un ambiente de recursos escasos (libro de texto, tiza, pizarra y poco más) el papel del profesor, en cuanto poseedor principal y casi único del conocimiento, era el de transmisor de ese conocimiento y por tanto, su perfil profesional debía reunir cualidades acordes con ese papel: dominio exhaustivo de todos los contenidos de la materia a impartir, capacidad oratoria, capacidad para mantener la disciplina en el aula y capacidad organizativa de cierto tipo. La filosofía de este enfoque se puede resumir pues, en la consigna: es buen profesor aquel que sabe mucho de su materia y la dicta con autoridad.

En un ambiente rico en recursos de todo tipo (libros, ordenadores, vídeos, fotocopiadora, etc.) el conocimiento está mucho más repartido y el papel del profesor debe ser el de director-coordinador del proceso de enseñanza-aprendizaje de sus alumnos. Este enfoque implica, entre otras cosas, que el profesor deja de ser figura principal en el aula para pasar a serlo los alumnos y que no es lo más importante lo que el profesor enseña sino lo que los alumnos aprenden.

¿Cuáles son las notas definitivas de este nuevo perfil?

Asumiendo que es fundamental que el profesor sepa mucho de una materia para poder enseñarla y que la pedagogía no puede sustituir a las matemáticas, si en alguna cualidad el profesor debe poseer la excelencia, es en creatividad. Creatividad que ha de manifestarse en múltiples aspectos: posesión de un repertorio amplio de estrategias de

acción y de flexibilidad en su utilización; capacidad gerencial de recursos generales y de generación de recursos propios; utilización de la evaluación no tanto como un instrumento de calificación del alumno sino como un dispositivo de orientación y corrección del proceso educativo en su conjunto y por tanto incluyendo la autocrítica; capacidad de introducir nuevos elementos curriculares; capacidad de usar las TIC apropiadamente...

### 2.3.3. Cambios en el currículo de formación del profesorado

De lo dicho se desprenden nuevas necesidades que deben dirigir la formación del profesor: aprender nuevas destrezas, tener confianza en los enfoques o métodos nuevos y aprender nuevas actitudes. Todo ello debe conducir a estructurar el currículo de formación del profesor alrededor de los siguientes ejes.

1. **Perfil del profesor:** que se busca para este tiempo histórico, en línea con lo dicho en el apartado anterior.
2. **Aspectos metodológicos:** en relación a los métodos que deben sustentar un currículo renovado de formación del profesorado se pueden enunciar algunos principios de carácter general: la formación del profesor debe tomar como punto de partida las ideas previas que tiene sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje; en la formación del profesor se deben usar los mismos enfoques, métodos y recursos que se defienden para la enseñanza del joven en los distintos niveles educativos; y se deben presentar a la consideración del futuro profesor distintas situaciones didácticas para su análisis y evaluación.
3. **Contenidos:** el currículo de formación inicial debe recoger la información imprescindible para que el futuro profesor pueda desempeñar adecuadamente la dirección del aprendizaje de sus alumnos, sin olvidar que será la práctica y la experiencia las que le permitirán desarrollar en plenitud todas sus capacidades potenciales.

Teniendo en cuenta el impacto escolar de las TIC habría que añadir a estos contenidos, conocimientos y capacidad de utilización de recursos y tecnologías educativas. Esta inclusión plantea una serie de interrogantes sobre lo que se entiende por capacidad de utilizar apropiadamente las TIC:

- a) ¿Qué nivel de conocimientos tecnológicos se requieren?
- b) ¿Es preciso formar al profesorado para que analice, evalúe y tome decisiones en relación con el *software* que se puede utilizar en el aula?
- c) ¿Es preciso formar al profesorado para que construya sus propios programas educativos?
- d) ¿Habría que insistir en la capacitación del profesorado para que realice especificaciones de programas educativos?

- e) En el caso del manejo de programas abiertos (lenguajes, "kits" de instrumentos, micromundos, entornos de resolución de problemas, programas de propósito general, etc.) ¿cuáles serían las destrezas requeridas?
- f) ¿Qué incidencia tienen las redes telemáticas en el enfoque del aprendizaje cooperativo?

Como ejemplo de respuestas globales a estos interrogantes se pueden citar los objetivos generales del currículo de formación dentro del Programa de Nuevas Tecnologías de la Información y Comunicación (PNTIC) del Ministerio de Educación Español (Blanco, Candiotti, Veiguera, 1987):

- a) Dotar al profesor de instrumentos teóricos y operativos para analizar los medios informáticos y seleccionar los más adecuados a su entorno y a su tarea específica.
- b) Capacitar al profesor para justificar por qué usar los medios tecnológicos, para qué hacerlo y cómo llevarlo a cabo.
- c) Desarrollar en el profesor capacidades para la observación, el análisis y la crítica de las experiencias didácticas con medios tecnológicos, de las que recibir sugerencias y orientaciones para la práctica en el aula, de modo que pueda proponer otras opciones de uso.
- d) Capacitar al profesor para reflexionar sobre su propia práctica y evaluar el uso de los medios y los resultados obtenidos en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Estos objetivos iniciales del plan de formación de profesores se matizaron posteriormente en algunos aspectos, teniendo en cuenta la experiencia acumulada en los años de implantación del plan:

- a) Se incluyó un nuevo bloque de contenidos, relativo a los procesos de innovación en la educación.
- b) Se modificó la perspectiva desde la que se organizaban los contenidos de la formación. En el diseño inicial, los aspectos técnicos de las herramientas informáticas y telemática configuraban la distribución de los contenidos en distintos bloques. Posteriormente, son las áreas de conocimientos aquellas en torno a las cuales se articulan los contenidos, otorgando al ordenador un papel más acorde con su naturaleza de medio.
- c) Se prestó especial atención a una metodología que presenta aplicaciones didácticas contextualizadas, en la que intervienen los distintos instrumentos (procesadores de texto, programas de diseño gráfico, bases de datos, hojas de cálculo, lenguajes de programación). Al tiempo que los profesores adquieren conocimientos básicos sobre los programas que utilizan, observan y evalúan sus posibilidades didácticas en distintas materias del currículo escolar.

## Capítulo 3

### Planteamiento de la investigación. Diseño de la propuesta de formación

#### 3.1. Objetivo y fases de la investigación

Para explorar las posibilidades didácticas de los recursos informáticos y, contribuir así al progreso en este campo de investigación de didáctica de las matemáticas, hemos diseñado una investigación que tiene como objetivo fundamental evaluar la aportación que supone la incorporación de las tecnologías de la información y la comunicación al proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en la ESO y en los Bachilleratos.

Se trata de medir con la mayor fiabilidad, el impacto de esta variable, controlando o eliminando de la experimentación otras variables que podrían interferir en la medida de este impacto. El fenómeno educativo es muy complejo, intervienen muchas variables y hay que ir conociendo el peso específico de cada una en la explicación del aprendizaje de los alumnos.

Por todo lo dicho en el capítulo anterior, se trata de una investigación que aborda un problema relevante y controvertido dentro de la Educación Matemática. Hemos identificado los principales interrogantes de este problema y pretendemos dar respuesta, al menos parcial, a algunos de ellos.

Si tuviéramos que definir en frase corta el objetivo de la investigación, diríamos que pretendemos construir y evaluar un buen ejemplo de integración curricular de la herramienta informática en la enseñanza de las matemáticas en la E.S.O. y los Bachilleratos.

Esta investigación se ha desarrollado en dos fases. En la primera, se trataba de diseñar y poner a punto la propuesta de enseñanza en sus aspectos conceptuales y prácticos; eso incluye la definición de los principios que fundamentan la propuesta, la elección de los recursos informáticos específicos, la preparación de los materiales didácticos que se van a utilizar y por último, pero no menos importante, la formación de los profesores que iban a impartir la enseñanza. En lo que resta de este mismo capítulo, tendremos oportunidad de analizar en profundidad esta fase.

En la segunda fase, se procedió a la experimentación de la propuesta de enseñanza. Hemos optado por un modelo de investigación clásico con grupo experimental y grupo control y con un diseño de postest, para evaluar el impacto que tiene la incorporación de recursos informáticos en el aprendizaje del alumnado y en su actitud hacia las matemáticas. En el capítulo 4 describiremos con detalle las hipótesis, el método y los resultados de la experimentación.

## 3.2. Principios epistemológicos, psicológicos y didácticos que guían la propuesta

Tal como se desprende de la revisión realizada en el capítulo anterior la incorporación de las TIC a la enseñanza obliga a reformular las tres preguntas básicas del aprendizaje:

¿Qué debe aprender el alumnado?

¿Qué puede aprender el alumnado?

¿Qué quiere aprender el alumnado?

Conviene hacer explícitas las ideas epistemológicas y psicopedagógicas que presiden nuestra propuesta en relación a esas tres preguntas. Dicho de otro modo, queremos esbozar el marco teórico que nos ha servido para dirigir el complejo proceso de toma de decisiones que siempre comporta el diseño y aplicación de un modelo didáctico.

### 3.2.1. Sobre lo que debe aprender el alumnado

A) Punto de partida. El currículo

Es lógico que el punto de partida sea el currículo oficial si lo que se desea, como es nuestro caso, es hacer una investigación en la acción, inmersa en la realidad del aula. Nuestra propuesta debe ser tal que recoja los contenidos oficiales y los plasme de forma que en cualquier centro educativo se pueda llevar a cabo el estudio. Planteamos entonces una investigación que en sus materiales didácticos, elaborados *ad-hoc* como se verá más adelante, da respuesta a los contenidos oficiales completos de la ESO y de los Bachilleratos de Ciencias de la Naturaleza y de la Salud, Tecnológico y de Ciencias Sociales.

Se parte entonces del *Decreto 34/2002, de 7 de febrero, por el que se aprueba el currículo de las áreas de conocimiento y materias obligatorias y opcionales de la Educación Secundaria Obligatoria para la Comunidad de Madrid y del Decreto 47/2002, de 21 de marzo, por el que se establece el currículo del Bachillerato para la Comunidad de Madrid.*

En estos decretos se establecen y regulan los contenidos y criterios de evaluación de la Educación Secundaria Obligatoria y de los Bachilleratos y es como decimos, el primer referente que tenemos en cuenta para poder contestar a lo que debe aprender el alumnado.

Partimos de la idea de que el protagonismo del profesorado es vital para la buena marcha y el logro de los fines de la Educación. Y este protagonismo comienza, no solo en la clase, sino en la toma de decisiones previas que, a la luz del Decreto que nos regula, hay que tomar.

En efecto, las decisiones que hemos tomado para fijar los contenidos en esta investigación se inscriben en la intersección de tres opciones curriculares ampliamente aceptadas.

Por un lado la concepción técnica, por otro lado la práctica y finalmente la crítica. La concepción técnica nos permite aceptar la posición de que una parte de los contenidos queda determinada por las Administraciones de Educación. A nadie se le escapa que un cierre de contenidos absoluto, sin ningún margen de maniobra, impide una acción eficaz del profesorado. Éste necesita de una cierta flexibilidad para poder adecuarse a la realidad cambiante de su alumnado. En este sentido el Decreto nos ofrece:

*“Corresponderá a los centros y al profesorado efectuar una última concreción y adaptación de tales contenidos en los proyectos curriculares de centro y en las programaciones de aula correspondientes, reorganizándolos y secuenciándolos, dentro de cada curso, en función de los diversos contextos escolares y de las características específicas del alumnado.”*

Este aspecto ofrece que una concepción práctica del currículo tenga un peso específico en la toma de decisiones. El profesorado se maneja y toma decisiones desde su práctica docente y es ésta la que le permite ir construyendo mejoras curriculares. No obstante, consideramos que para que esta construcción práctica tenga un sentido social y la educación obligatoria tenga como finalidad el desarrollo integral de la persona contribuyendo a crear una sociedad más desarrollada y justa desde el respeto al pluralismo, la libertad, la justicia, la igualdad y la responsabilidad, la escuela debe remitir a la sociedad en la que está inmersa, planes de mejora. Este aspecto solo se contempla desde la concepción crítica que tenemos en cuenta en las concreciones que este proyecto presenta.

## B) Concepción del conocimiento matemático

Además de la variable curricular, para la toma de decisiones didácticas es imprescindible partir de una concepción del propio conocimiento matemático. La matemática es una ciencia en continua transformación y prueba de ello es el vertiginoso cambio que se viene produciendo en la concepción del conocimiento matemático en las últimas décadas.

Hasta bien entrados los años 70, la matemática ha sido un cuerpo científico puro que bien se podía resumir en palabras de Russell cuando decía que la Matemática es la clase de todas las proposiciones de la forma " $p$  implica  $q$ , donde no sabemos qué son  $p$  ni  $q$ ". Detrás de esta frase de "cierto humor travieso" se esconde una profunda postura filosófica que delimita el campo de la matemática y se puede defender que a partir de esa delimitación se debe el progreso que la matemática ha experimentado en el siglo XX. Algo similar ocurrió en los siglos XVI y XVII con las Ciencias Naturales, cuando Galileo y Newton desecharon la "causa final" de Aristóteles e independizaron sus propósitos de compromisos metafísicos.

Es decir, la matemática como pensamiento puro es capaz de crear una teoría ordenada independiente del mundo concreto. El proceso de lo concreto a lo abstracto es bien conocido. Muchas teorías matemáticas se originaron por la necesidad de dar solución a problemas de otras disciplinas, en su mayoría de las ciencias naturales. El ejemplo más notable es el Cálculo. Después de un proceso largo en el que se fue depurando la propia materia y de un proceso de abstracción, esas teorías se elevaron por encima de lo concreto y pasaron a formar parte del repertorio matemático puro.

Ahora bien, también muchas partes de la Matemática se han generado en sí mismas desarrollando una concatenación de interrogantes sobre cuestiones de su misma esencia. Se trataba de alcanzar mayores abstracciones o desarrollar un cuerpo teórico más general. Un ejemplo de estos cuerpos teóricos son los Fundamentos de la matemática. Los Fundamentos permanecen en lo más íntimo de la disciplina; son el acto de introspección que los matemáticos hacen sobre la naturaleza, la legitimidad y la sustentación de la matemática.

La actual fundamentación de la matemática comienza a fines del siglo XIX y hoy constituye un impresionante y complejo cuerpo de doctrina. Cantor, Peano, Russell, Whitehead, Fraenkel, Zermelo, etc., no imaginaron nunca que los Fundamentos tuviesen aplicación fuera de las matemáticas; y de hecho es muy raro que fuera de ellas se haga mención a dichos fundamentos por muy presentes que estén dentro del cuerpo de doctrina matemática. Hasta bien entrados los años 70, era dominante de una forma clara y notoria el purismo y el esteticismo en las matemáticas. Esa corriente alcanzó su apoteosis con el movimiento francés bourbakista

Pero esta perspectiva ha cambiado en los últimos 20 años. La incorporación de la tecnología informática desde el principio de los 80, ha ido modificando las formas de trabajo en matemáticas haciendo que tomen cada vez más presencia las matemáticas aplicadas. Creemos incluso que los ordenadores han hecho o están haciendo cambiar la concepción del conocimiento matemático. Los ordenadores, hoy en día, permiten hacer inferencias e incluso realizar procesos que, sin llegar a ser demostraciones desde un punto de vista matemático, nos hacen reflexionar sobre el concepto de demostración matemática (véase, por ejemplo, la demostración del teorema de los cuatro colores)

En relación a las cuatro corrientes filosóficas en torno a las matemáticas: por un lado, el logicismo y el formalismo (disfrutando del favor de la mayoría) y por el otro, el intuicionismo y el constructivismo de Brouwer y Bishop (a la defensiva), se puede decir que la inclinación de la balanza empieza a nivelarse gracias a las tecnologías informáticas. Antes, el empeño constructivista no pasaba de ser una mera idea. La limitación de tiempo y de capacidad de cálculo de los humanos hacían muy difícil que se llevase a la práctica cualquier construcción. Hoy con un ordenador se pueden poner en funcionamiento algoritmos que hacen posible la construcción de ideas matemáticas. La tentación es muy grande. Es como si a Galileo le hubiesen puesto en la órbita de Júpiter para observar sus satélites. La matemática constructiva se ha convertido en algo más que una idea, ahora se puede practicar.

Con el soporte informático podríamos decir que la Matemática ha adquirido estatus de ciencia experimental. No pretendemos afirmar con esto que el método inductivo que se emplea en las ciencias naturales se haya impuesto en la Matemática, lo que ocurre ahora es que el ordenador permite hacer experimentos con conjeturas y descartar o reorientar las direcciones de una determinada hipótesis.

Nuestra selección de contenidos y posterior desarrollo de materiales se apoya, desde la perspectiva que se acaba de exponer, en una concepción del conocimiento matemático constructivista haciendo hincapié en el uso de las tecnologías informáticas que permitirán al alumnado enfrentarse a la construcción del conocimiento desde el tratamiento de la información desarrollando procesos intelectuales acorde con los objetivos generales de la etapa de la que nos ocupamos (enseñanza secundaria).



### C) Concepción social

No podemos obviar que la idea de sociedad que tengamos afecta de una forma directa al conjunto de decisiones que tomemos. A este respecto debemos analizar brevemente, dentro del entorno en el que nos movemos, el concepto de la sociedad del conocimiento.

Desde una determinada perspectiva, la Sociedad del Conocimiento nace del impulso tecnológico para trabajar con números. La digitalización nos permite codificar cualquier información con números: texto, sonido, imagen, etc. Desde la asunción de estos hechos, merece la pena revisar algunos aspectos que consideramos fundamentales

1. La facilidad para crear, procesar y difundir información ha provocado que estemos bajo un “diluvio de información” que, como educadores, debemos de tener en cuenta.

Hoy en día debemos modificar nuestros esquemas mentales. Se suele asociar la falta de conocimientos con la falta de información y eso ahora evidentemente ha cambiado. La falta de conocimiento es tal vez el exceso de información. Se hace más urgente e importante enseñar a seleccionar información que a conseguirla. Para que tenga calidad educativa hay que filtrar la información. En la escuela el papel esencial del profesorado consiste en elegir y valorar la información pertinente para sus alumnos.

2. Durante unos años hemos convivido con sistemas educativos que respondían a una realidad, a una socialización de los conocimientos que repercutía en el bienestar social. Acabar unos estudios universitarios era un buen camino para tener trabajo de por vida. Hoy en día no es así.

El sistema educativo debe cambiar su objetivo prioritario puesto que la realidad social es otra muy distinta. La educación se confunde muchas veces con el trabajo. Hasta ahora había una edad para estudiar y otra para trabajar. En este momento debemos plantearnos que la formación no debe perseguir saber muchas cosas, por el contrario, lo importante es saber aprenderlas en el momento en que se necesitan.

3. La transmisión de la información actualmente es escrita. Pero estamos llegando a una sociedad en la que están apareciendo nuevos sistemas que tomarán protagonismo en un futuro. La transmisión escrita no desaparecerá pero se complementará con soportes multimedia. Debemos aprender a analizar el lenguaje audiovisual ya que dentro de unos años tendremos muchísima información en este soporte.

### D) Conclusión

Atendiendo a las tres concepciones anteriormente expuestas podemos concluir que este proyecto selecciona y organiza los contenidos matemáticos con las siguientes características:

1. Se parte de una programación que partiendo de la legislación vigente permite al profesorado adaptar de forma práctica y crítica su programación de aula para adaptarse a la personalidad y diversidad de su alumnado.

2. Se trabaja desde un currículo centrado en la adquisición de conocimientos pero que también ahonda en la adquisición de habilidades necesarias en el contexto social que acabamos de describir.
3. Se organizan los contenidos de forma que se permita trabajar la elaboración de conocimientos y además la adquisición de la información y todos los procesos que lo posibilitan desde una perspectiva constructivista del conocimiento matemático.
4. Se fomenta que, como profesores, tenemos la obligación de enseñar al alumnado a desenvolverse con autonomía en la sociedad que les toca vivir y en el mundo laboral que puede ser muy distinto al actual. Por esta razón se plantea la enseñanza de todos los recursos necesarios, sobre todo tecnologías informáticas, teniendo en cuenta que no es tan importante lo que una persona sabe sino lo que es capaz de aprender

### **3.2.2. Sobre lo que puede aprender el alumnado**

Desde el marco teórico descrito anteriormente, es fácil comprender que deseamos preparar al alumnado para vivir en plenitud su futuro, lleno de exigencias técnicas, científicas, sociales y morales. Esto no se puede conseguir sin analizar y tomar decisiones de naturaleza metodológica que deben organizar la secuenciación de los contenidos y actividades propuestas.

A este respecto, las decisiones se apoyan en dos pilares fundamentales. Por un lado la corriente psicológica que emana de la concepción del conocimiento anteriormente descrito y por otro, la concepción epistemológica del propio conocimiento.

#### **A) Concepción psicológica**

Entre el positivismo que está en la base del conductismo y el racionalismo que nos lleva al cognitivismo, se pueden tomar posturas intermedias que, en la enseñanza (como ciencia aplicada que es), son perfectamente válidas. En efecto, aferrarse a un único modelo metodológico sería cerrar caminos que en un determinado momento y con un determinado grupo de alumnos y alumnas pueden resultar beneficiosos para el logro de los objetivos que se hayan propuesto. En este sentido procuramos estar abiertos y no descartar modelos que ofrecen posibilidades para distintos contenidos. De esta forma hacemos nuestras ideas de los siguientes paradigmas o teorías del aprendizaje:

1. Del modelo de desarrollo cognoscitivo de Piaget (Piaget y García, 1982), con sus dos procesos básicos de adaptación y organización, deducimos que el planteamiento de una secuencia de instrucción debe tener entre otras las siguientes características que consideramos importantes:
  - ? Flexibilidad
  - ? El aprendizaje se entiende como un proceso
  - ? Los medios deben estimular al alumnado a preguntar

2. Del modelo de organización intelectual de Ausubel aceptamos el papel de la interacción de los alumnos entre sí y del alumnado con el profesor (Ausubel *et. al.*, 1983) Por esta razón no proponemos una enseñanza basada en el uso del ordenador sin más, sino que el ordenador es un instrumento educativo que se utilizará en unos momentos determinados en el contexto de una metodología y unos materiales didácticos bien estructurados para favorecer el aprendizaje.
3. De la construcción de conceptos de Bruner (1966) destacamos la importancia que tienen en el proceso de enseñanza las siguientes características:
  - ? Captar la atención del alumnado. En este sentido el ordenador es poderosamente atractivo.
  - ? Analizar y presentar la estructura del material de forma adecuada que se consigue con un material *ad hoc* como ya hemos dicho.
  - ? Elaborar una secuencia de enseñanza-aprendizaje efectiva que se consigue con la concatenación de unas actividades que van de lo concreto a lo abstracto posibilitando la maduración del alumno.
4. Del modelo de procesamiento de la información de Gagné (1977) resaltamos en su diseño instructivo:
  - ? Identificación del tipo de resultado que se espera de la actividad que hará el alumnado. Para ello es necesario hacer un análisis de la materia y establecer las relaciones lógicas entre terminología, conceptos, relaciones, operadores y estructuras que permitirán establecer el nexo de unión entre pregunta y respuesta.
  - ? Identificación de las operaciones cognitivas que la tarea exige y como utilizar cada respuesta en un apoyo al nuevo aprendizaje.
5. Nos acercamos a la idea de constructivismo y mediación que Marti (1992) propone como la aceptación del medio informático como instrumento o medio de aprendizaje pero también a través de otras personas. En este sentido pensamos que el papel de la comunicación entre el profesor y el alumno en el contexto de la clase es el más relevante del proceso de enseñanza y aprendizaje. Por ello, nos alejamos del constructivismo de Papert (1980) y su idea de que la enseñanza asistida por ordenador es un método con el que el alumnado descubre y aprende de sus propios proyectos por sí solo con la única mediación del soporte informático.

## B) CONCEPCIÓN EPISTEMOLÓGICA

Dentro del espíritu abierto de este proyecto, basta decir que la concepción epistemológica del conocimiento que nos dirige está influida por la teoría de la falsación de Popper y por la teoría de las revoluciones científicas de Kuhn (1975). Pero, sobre todo, apuntamos por sus valores de síntesis a la metodología de los programas de investigación cien-

tífica de Lakatos (1978). Esta teoría epistemológica permite enfrentarse no solo a la construcción del conocimiento científico en sí mismo sino también da la posibilidad de ahondar en soluciones didácticas dentro de los modelos psicopedagógicos anteriormente citados.

Por avanzar un ejemplo que ilustra de forma precisa esta idea, Lakatos describe el método de análisis y síntesis que permite construir patrones de resolución de problemas evitando obstáculos cognitivos en dicho aprendizaje; y lo que es más importante, los evita al construir modelos de resolución en contenidos nuevos que pueden interpretarse, no sin cierto error epistemológico, como ampliación de contenidos usados, como por ejemplo el paso de la aritmética al álgebra. Sáenz (1998) ha utilizado la teoría de Lakatos como marco teórico para su propuesta de enseñanza de la probabilidad basada en un cambio conceptual y epistemológico.

### **3.2.3. Sobre lo que quiere aprender el alumnado**

Todo lo dicho hasta aquí no es suficiente si el alumno no quiere aprender. Esta frase por sencilla no deja de esconder el verdadero problema actual de muchos de nuestros alumnos. Podemos cuidar la significatividad lógica haciendo que el cuerpo de contenidos esté perfectamente elaborado, que no haya lagunas intermedias, que las unidades sigan los niveles de la teoría de la elaboración de forma precisa, etc; sin embargo todo esto, aunque necesario, no será suficiente si no se consigue la significatividad psicológica; es decir, que el alumnado quiera aprender.

En este sentido hemos tenido en cuenta que nuestras decisiones ofrezcan al profesorado pautas de acción entendidas como posibilidades didácticas para trabajar con los materiales. Estas pautas se basan en principios ampliamente validados por la comunidad educativa:

1. El centro de la enseñanza es el alumnado
2. Tener en cuenta la génesis y la evolución del pensamiento matemático
3. La enseñanza de la matemática aplicada
4. Cuidar la frontera del desarrollo próximo
5. Enseñar dificultades aisladas
6. Provocar el conocimiento desde la acción mental
7. Promover la autoevaluación del alumnado

Pensamos que el recurso informático puede ser de inestimable ayuda para motivar al alumno hacia el aprendizaje de las matemáticas dadas sus posibilidades didácticas, analizadas en el capítulo anterior.

### 3.3. Elección de los recursos informáticos. Los Asistentes Matemáticos

En el capítulo anterior revisamos las posibilidades didácticas del ordenador en el aula de matemáticas pero también expusimos algunas de sus principales carencias y debilidades: baja calidad educativa de muchas de las aplicaciones informáticas diseñadas para la enseñanza de algún tópico matemático, necesidad de tiempo de aprendizaje del funcionamiento del software en detrimento del tiempo dedicado al aprendizaje de las matemáticas, etc.

En efecto, consideramos que hay que superar la estrategia consistente en usar un programa informático para cada contenido matemático a enseñar (un programa para representar funciones, otro para resolver ecuaciones y así sucesivamente) porque cada programa funciona de una forma diferente, utiliza unas herramientas distintas y tiene una *interface* diferentes y ello obliga a dedicar un esfuerzo y un tiempo demasiado costosos a aprenderlos.

Por otro lado, hace años que los ordenadores están ayudando a hacer matemáticas, por ejemplo en cálculo numérico o cálculo simbólico. En ese sentido, para el trabajo escolar existe la posibilidad de incorporar herramientas que, con un gran desarrollo en los últimos años, están modificando la forma de hacer matemáticas. Estas herramientas, que García, Martínez y Miñano (1995) llaman asistentes matemáticos, no están diseñadas con fines docentes sino con el fin primordial de ayudar a resolver los problemas matemáticos que aparecen en cualquier trabajo científico o tecnológico (por ejemplo, Derive, Cabri y Excel) Estas aplicaciones se ejecutan bajo Windows y tienen un diseño agradable y fácil de usar.

Con todo, los autores citados afirman que la incorporación a la enseñanza de los asistentes matemáticos encuentra el rechazo de muchos profesores que, no sin razones, se oponen a ella:

- a) Un primer riesgo que se corre al usar ordenadores en clase surge del propio atractivo de la herramienta: puede ocurrir que el alumno se centre más en la problemática del ordenador-programa que en la del problema matemático. A los alumnos les suele apetecer más investigar el uso del programa que entender el concepto matemático.
- b) Otro riesgo es la pérdida de destrezas básicas. Los ejercicios de cálculo que se llevan a cabo en un curso de matemáticas permiten el desarrollo de interesantes capacidades mentales que se verían mermadas, según algunos profesores, con el uso de estas herramientas.
- c) Con el uso de un asistente matemático se puede perder el sentido de la dificultad del problema, la máquina lo hace todo igual de rápido. Se puede llegar a convertir las matemáticas en algo mágico que se usa sin saber cómo funciona.

- d) El alumno suele tener confianza ciega en la máquina, lo que puede favorecer la pérdida del sentido crítico.
- e) Los entornos de aprendizaje con ordenadores presentan muchas dificultades logísticas. Cuando el número de alumnos es elevado la organización de actividades prácticas puede ser muy complicada.

No podemos negar la realidad de estos problemas que, de todos modos, no son exclusivos de los asistentes matemáticos sino que pueden aparecer con la utilización de cualquier aplicación informática en el aula. Pero pensamos que las potencialidades educativas son de tal calibre que merece la pena explorarlas dentro de una metodología didáctica que, al tiempo, trate de evitar o minimizar los problemas enunciados. En este sentido, hacemos nuestras las ideas principales que conforman el decálogo de las buenas prácticas educativas con soporte informático que tuvimos ocasión de definir en el apartado 2.2 del capítulo anterior.

En definitiva, con nuestra investigación queremos contribuir a cubrir una laguna en el campo de la educación matemática que tiene que ver con la utilidad didáctica de los asistentes matemáticos en la E.S.O. y los Bachilleratos, una vez comprobada su utilidad en el trabajo de los matemáticos profesionales.

Las herramientas informáticas que se han utilizado para el desarrollo de los contenidos son las siguientes:



- a) El Programa DERIVE en Aritmética, Álgebra, Funciones, Derivadas e Integrales.
- b) El Programa CABRI-GÉOMÈTRE en Geometría Sintética y Analítica.
- c) La HOJA DE CÁLCULO (EXCEL) en Estadística y Probabilidad.
- d) Internet en la formación *e-learning* del profesorado, descarga de exámenes y registro *on line* de las calificaciones de los alumnos.

Estos asistentes se utilizaron por ser los más conocidos por el profesorado, por su simplicidad de utilización y su potencia matemática para la enseñanza. Queremos insistir en que en nuestra propuesta tenemos especial cuidado de no caer en el grave problema de impedir que el alumno ejercite destrezas básicas del cálculo matemático al utilizar el ordenador. Si es verdad que un ciudadano del siglo XXI no puede ignorar el funcionamiento de este recurso, también lo es que debe hacer un uso racional del mismo. No puede quedar indefenso, por ejemplo, ante la necesidad de realizar un cálculo sencillo cuando no tiene a mano su ordenador. Por ello, nuestra estrategia didáctica pasa por afianzar en primer lugar las destrezas de cálculo mental y posteriormente el trabajo con calculadoras y ordenadores. En este sentido, el carné de calculista que presentamos en el Anexo 10 es un instrumento muy útil para fomentar las destrezas de cálculo mental. En el Anexo 11 presentamos un ejemplo del trabajo con calculadoras en el aula.

### 3.4. Elaboración de materiales didácticos

Una vez elegidos los recursos informáticos es necesario elaborar unas guías didácticas, un material textual que dirija el trabajo del alumno de una forma casi autosuficiente. Decimos “casi” porque el papel del profesor en el aula es insustituible y él será, en las encrucijadas del aprendizaje, quien dirigirá el trabajo del alumno.

Frente a la posibilidad de elaborar materiales muy genéricos o semi-estructurados (Sáenz, 1998; Steinbring, 1991) hemos optado por materiales muy estructurados de modo que el profesor, una vez analizados y asumidos, pueda llevarlos al aula directamente sin necesidad de un trabajo previo, siempre costoso, de reelaboración de los mismos.

Estos materiales son el resultado del trabajo de más de 10 años de los autores del proyecto, tiempo en el que hemos generado, probado y mejorado unos materiales que nos permiten abarcar todo el currículo de la ESO y de los Bachilleratos aunque en esta investigación los hemos experimentado en los cursos 1º y 3º de ESO y 1º de Bachillerato de las modalidades de Ciencias de la Naturaleza y de la Salud, Tecnológico y Ciencias Sociales.

Están elaborados a partir de un conjunto de decisiones epistemológicas, psicológicas y didácticas para aprender matemáticas con TIC que hemos tenido ocasión de establecer en el apartado 3.2. de este mismo capítulo, de modo que los materiales didácticos reúnen, a nuestro entender, las siguientes características:

1. Son significativos para el alumnado al estar las unidades didácticas organizadas y programadas manteniendo la significatividad lógica de la materia.
2. Estimulan al alumnado a tomar decisiones porque se presentan tareas y actividades que permiten y favorecen distintas estrategias de resolución.
3. Ayudan a resolver problemas ya que esta actividad se programa de forma transversal en todo el curso y es una constante en cada unidad.
4. Promueven la actividad mental ya que se trabajan, entre otras, actividades de reflexión.
5. Tienen elementos sorpresa que promueven la motivación, como los elementos gráficos y dinámicos de los objetos construidos.
6. Relacionan los distintos bloques de contenido de modo que permiten ver las distintas partes de la matemática de forma global, por ejemplo realizar una actividad de forma algebraica, geométrica y gráfica a la vez.

La organización de los materiales es la siguiente: el currículo de matemáticas de cada uno de los cursos experimentados se desarrolla completamente en 14 unidades didácticas. A su vez, cada unidad didáctica se estructura en tres secciones.

- ? **Paso a paso:** ejercicios y problemas resueltos “paso a paso”, con las indicaciones para aprender a resolverlos mediante la utilización del correspondiente asis-

tente matemático. El objetivo fundamental es aprender matemáticas y, al mismo tiempo, aprender Informática como valor añadido.

- ? **Así funciona:** breves aspectos de funcionamiento del asistente matemático que se utiliza en la Unidad Didáctica.
- ? **Práctica:** ejercicios y problemas de los contenidos de cada unidad didáctica que el alumno tiene que plantear y resolver con ayuda del ordenador.

En el Anexo 1 se presenta el documento de instrucciones para trabajar con los materiales en el aula de Informática. En los anexos 2 y 3 se presentan los documentos principales (índice del curso, un ejemplo de unidad didáctica y un ejemplo de examen) correspondientes a 1º y 3º de ESO, respectivamente. Los ejemplos se han seleccionado de modo que la unidad didáctica de 1º utiliza el **Derive** y la unidad didáctica de 3º se basa en el **Cabri**. En los anexos 4, 5 y 6 se presentan los mismo documentos pero correspondientes a los bachilleratos y las unidades didácticas se apoyan en el **Cabri** y **Excel** como asistentes matemáticos.

Hemos insistido en que es importante que el tiempo dedicado a la asignatura de matemáticas se utilice en aprender matemáticas y no solo en ejercitarse en el manejo del recurso informático. Hemos ido más lejos e insistimos en que primero hay que desarrollar el cálculo mental, y utilizar todo tipo de recursos como son la calculadora y las transparencias. Por ello, hemos incorporado el aprendizaje del funcionamiento de los asistentes matemáticos al propio proceso de enseñanza-aprendizaje de los contenidos matemáticos y hemos diseñado unos documentos de ayuda para el manejo de dichos programas, el carné del calculista, la calculadora y un documento sobre el uso de las transparencias. Ejemplos de dicha ayuda figuran en los anexos 10 a 17.

El currículo en vigor se presenta en los anexos 27, 28 y 29.

### **3.5. Formación del profesorado que interviene en la experimentación**

Como hemos indicado anteriormente, uno de los principios fundamentales de nuestra propuesta es cuidar la formación de los profesores que van a llevar a cabo la experiencia con los alumnos. Precisamente, la investigación en el campo señala que la escasa formación del profesorado para trabajar en un entorno educativo informático es uno de los principales problemas de la integración del ordenador en la práctica educativa.

Nuestra propuesta de formación del profesorado sigue el modelo de la investigación en la acción; es decir, el profesorado debe investigar de forma real en el aula al tiempo que desarrolla su tarea docente. Además, defendemos que se debe formar al profesorado de la misma forma que queremos que ellos trabajen con sus alumnos y con los mismos materiales y recursos didácticos. En muchas ocasiones el profesor acude a cursos de formación en los que después de buenas recomendaciones y propuestas didácticas, no encuentra la forma ni el momento para llevarlas a cabo, fundamentalmente por el salto que existe entre la formulación de la teoría didáctica y su implementación en la realidad del aula.



Estas ideas se concretan en dos objetivos de la formación de los docentes:

1. Asunción del planteamiento investigativo en toda su complejidad: conocimiento de los principios educativos y metodológicos de la experiencia, análisis crítico de los materiales didácticos a utilizar y asunción de los criterios de evaluación de los aprendizajes realizados.
2. Dominio de los asistentes matemáticos no solo en sus aspectos técnicos sino, fundamentalmente, en su utilización didáctica dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

En cuanto a la estructura del proceso formativo se conformó de la siguiente forma:

Se hizo una selección de 19 centros educativos distribuidos por todo Madrid y se eligieron un total de 55 profesores, con la condición de que cada centro tuviese al menos un Grupo Experimental y un Grupo de Contraste. Ver anexo 21.

La formación del profesorado tuvo una fase presencial con una duración de 20 horas que se desarrolló en el aula multimedia de la Unidad de Recursos Audiovisuales y Multimedia de la Universidad Autónoma de Madrid, utilizando los mismos materiales que posteriormente ellos iban a utilizar con su alumnado.

Tuvo también una fase de *e-learning*, con una duración de 20 horas y con tres componentes funcionales:

1. Una conferencia (comunicación síncrona) una vez al mes, cada profesor desde su centro o desde su casa se conecta a Internet y el grupo entra en conferencia. En estas conferencias se resuelven dudas de los programas utilizados, pudiendo arrancarlos y el resto de conferenciantes ven, cada uno en su pantalla, la ejecución e incluso los participantes puede pedir el control del programa y resolver algún ejercicio. También se resuelven problemas de organización.
2. Debates (comunicación asíncrona), se disponen unas carpetas sobre cada uno de los programas utilizados y sobre organización, para que cada uno de los participantes pueda hacer sus preguntas y al mismo tiempo, en un proceso de aprendizaje colaborativo, pueda apuntar soluciones a las preguntas de sus compañeros. En el anexo 18 figura un ejemplo de trabajo cooperativo relativo al **Derive**.
3. Registro de notas. Cada uno de los centros participantes dispone de una carpeta electrónica en la que va registrando las notas de sus alumnos de forma anónima. Estas notas están a disposición de todos los componentes del proyecto, pero solo en opción de lectura.

En los anexos 7, 8 y 9 se recoge documentación sobre estos recursos *on-line*.

# Capítulo 4

## Experimentación de la propuesta

Una vez presentado el planteamiento de la investigación y el diseño de la propuesta de formación en el capítulo anterior, queda por describir el proceso de experimentación en el aula de dicha propuesta. En este capítulo seguiremos un formato clásico, canónico, de los informes de investigación: planteamiento de las hipótesis de investigación, descripción de la metodología experimental utilizada, explicitación de los resultados conseguidos y formulación de conclusiones más sobresalientes del trabajo realizado.

### 4.1. Hipótesis de investigación

1. La metodología de enseñanza apoyada en los asistentes matemáticos mejorará el aprendizaje en matemáticas de los alumnos en relación a la metodología tradicional de enseñanza
2. Esta mejora será sistemática, es decir, se producirá independientemente del nivel educativo del alumno
3. La metodología de enseñanza apoyada en los asistentes matemáticos será evaluada por los alumnos como eficaz y satisfactoria para el aprendizaje de contenidos matemáticos
4. La metodología de enseñanza apoyada en los asistentes matemáticos será evaluada por los profesores que la siguen como eficaz y satisfactoria para la práctica docente

### 4.2. Método

#### 4.2.1. Sujetos

GRUPO EXPERIMENTAL (Metodología de enseñanza apoyada en asistentes matemáticos: GE): 846 estudiantes pertenecientes a institutos de educación secundaria desglosados de la siguiente forma:

- a) 297 alumnos de 1º de ESO
- b) 360 alumnos de 3º de ESO
- c) 69 alumnos de 1º Bachillerato de Ciencias Sociales
- d) 120 alumnos de 1º Bachillerato de Ciencias de la Naturaleza

GRUPO CONTROL (Metodología tradicional de enseñanza: GC): 976 estudiantes pertenecientes a institutos de educación secundaria desglosados de la siguiente forma:

- a) 330 alumnos de 1º de ESO
- b) 437 alumnos de 3º de ESO
- c) 90 alumnos de 1º Bachillerato de ciencias Sociales
- d) 119 alumnos de 1º Bachillerato de Ciencias de la Naturaleza

### 4.2.2. Diseño experimental

Para contrastar la primera hipótesis se estableció un diseño experimental clásico con dos grupos ya formados (GE y GC), de cada uno de los cuales se obtuvieron medidas de rendimiento en matemáticas después de la enseñanza.

Por tanto, como variable independiente se utilizó una variable intersujetos que es la metodología de enseñanza con dos niveles (GE y GC) y como variable dependiente se utilizó el rendimiento en matemáticas después de la enseñanza.

Los grupos de contraste (GC) realizaron sus clases de forma tradicional mientras que los grupos experimentales (GE) desarrollaron la clase de matemáticas un día a la semana en el aula de ordenadores con los materiales y metodología enunciados en el capítulo anterior y el resto de los días siguieron el trabajo en el aula de forma tradicional.

La evaluación de los grupos para obtener las medidas de la variable dependiente se hizo mediante pruebas escritas tradicionales y mediante pruebas que se resuelven con ayuda del ordenador. Las pruebas escritas tradicionales fueron las mismas para el Grupo de Contraste y para el Grupo Experimental. El Grupo Experimental realizó una prueba más, utilizando el ordenador. Ésta tiene un peso del 20% en las notas de los alumnos mientras que las pruebas tradicionales tienen un peso del 80%. Ya hemos comentado que en los anexos 2, 3, 5 y 6 hay ejemplos de pruebas correspondientes a los cursos 1º y 3º de ESO y 1º de Bachillerato en las modalidades de Bachilleratos de Ciencias de la Naturaleza y de la Salud, Tecnológico y de Ciencias Sociales.

Para contrastar la segunda hipótesis, se comparó el rendimiento de los grupos experimental y de control en cuatro cursos claves de la enseñanza secundaria: el 1º ESO, con el que se inicia la educación secundaria, el 3º con el que se inicia el segundo ciclo de la ESO, el 1º de Bachillerato de Ciencias de la Naturaleza y 1º Bachillerato de Ciencias Sociales.

Para contrastar las hipótesis 3 y 4 (satisfacción de alumnos y profesores con la metodología didáctica seguida) se utilizó la técnica de evaluación basada en la interrogación, utilizando como instrumentos de evaluación sendos cuestionarios elaborados *ad-hoc* y dirigidos a profesores y alumnos, respectivamente. Estos cuestionarios figuran en el apartado 4.3., de presentación de resultados, de este mismo capítulo.

### 4.2.3. Procedimiento

A fin de no romper la marcha normal de las clases y asegurar que cada profesor siguiese con sus alumnos, los grupos no fueron asignados al azar, por tanto no tenemos la certeza de que sean equivalentes; como consecuencia, debemos evaluar su grado de equivalencia respecto de las principales variables que pueden influir en la eficacia del método de enseñanza. En este sentido, se seleccionaron las siguientes variables extrañas: duración del periodo instructivo, edad de los alumnos, sexo, nivel socioeconómico y práctica o entrenamiento de los profesores y alumnos con el método de intervención. Para controlar las variables extrañas se procedió de la forma siguiente:

1. La duración del periodo instructivo fue el mismo para ambos grupos
2. El control del nivel socioeconómico y la edad de los sujetos está asegurado por tratarse de alumnos de los mismos cursos escolares (1º y 3º de ESO y 1º de Bachillerato) y de los mismos institutos en ambos grupos, GE y GC: en cada instituto, por cada curso experimental se estableció el correspondiente curso control
3. Una de las variables más importantes a considerar en una investigación de este tipo es, sin duda, el perfil profesional y humano de los profesores porque determina, en gran medida, la calidad y efectividad del proceso de enseñanza-aprendizaje. Lo más fácil y cómodo para controlar esta variable sería que todos los investigadores impartiesen instrucción a ambos grupos pero esto tiene, como poco, dos inconvenientes:
  - ? La anomalía que se introduciría en la investigación por la incorporación de una variable oculta: el sesgo confirmatorio, el objetivo de confirmar con datos, más que falsar, la hipótesis de investigación, que llevaría a cuidar con esmero el modelo experimental frente al modelo tradicional.
  - ? La imposibilidad de contrastar la generalización de la metodología didáctica experimental. Que una metodología funcione en un entorno de laboratorio, con pocos alumnos y controlada perfectamente por el investigador, no garantiza su validez ecológica, es decir su eficacia en aulas normales con sus profesores habituales.

En base a estos argumentos se optó porque en algunos casos fuesen profesores distintos los que impartiesen clase con cada método. En estos casos los profesores de los cursos control eran profesores del mismo seminario y del mismo instituto que los de los cursos experimentales, tenían que impartir el mismo programa, en el mismo período instructivo y tenían que realizar a sus alumnos todas y cada una de las pruebas que llevaron a cabo los de los cursos experimentales salvo las pruebas con ordenador. Por tanto, la diferencia radicaba exclusivamente en que los alumnos del grupo experimental utilizaban sistemáticamente una de las clases semanales para acceder al aula de informática y trabajar con los asistentes matemáticos con una determinada metodología, tal como ya hemos comentado anteriormente.

## **4.3. Resultados**

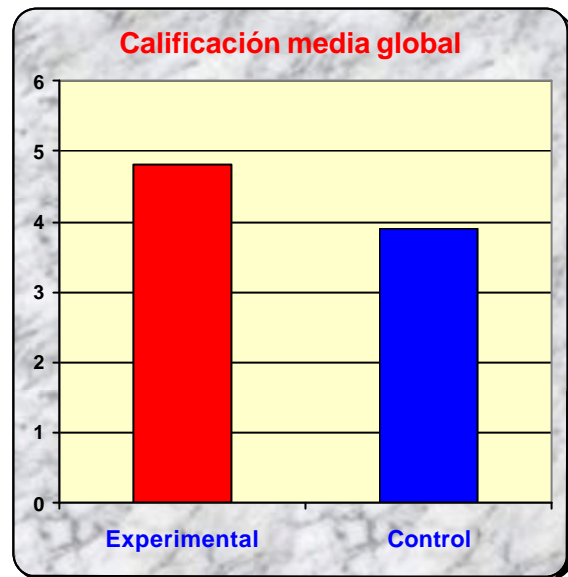
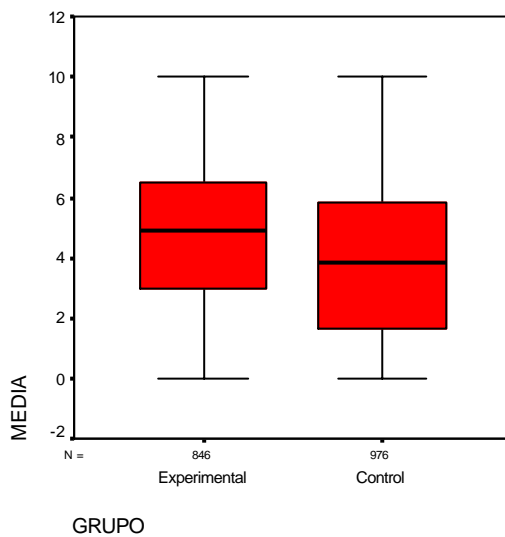
### **4.3.1. Resultados relativos a los rendimientos**

### 4.3.1.1. Rendimiento global

Los resultados de la calificación media obtenidos para la totalidad de la muestra han sido:

	GRUPO	N	Media	Desviación típica	Error típico de la media
MEDIA	Experimental	846	4,8333	2,33434	0,08026
	Control	976	3,8855	2,54971	0,08161

Se observa que la calificación media en el **Grupo Experimental** se eleva casi un punto sobre la calificación del grupo de control, lo que supone un **24,39%** de incremento



### Prueba de muestras independientes

MEDIA		Prueba de Levene para la igualdad de varianzas		Prueba T para la igualdad de medias						
		F	Sig.	t	gl	Sig. (bi-lateral)	Diferencia de medias	Error típ. de la diferencia	95% Intervalo de confianza para la diferencia	
									Inferior	Superior
	Se han asumido varianzas iguales	11,180	0,001	8,228	1820	0,000	0,95	0,115	0,722	1,174
	No se han asumido varianzas iguales			8,280	1814,55	0,000	0,95	0,114	0,723	1,172

Realizada una prueba de comparación de medias para muestras independientes se obtiene un nivel de significación empírico de 0,000 que nos permite rechazar la hipótesis nula de igualdad de medias. Se puede aceptar la hipótesis alternativa de que la calificación media del alumnado del grupo experimental se eleva sobre la calificación media del grupo de control de forma significativa.

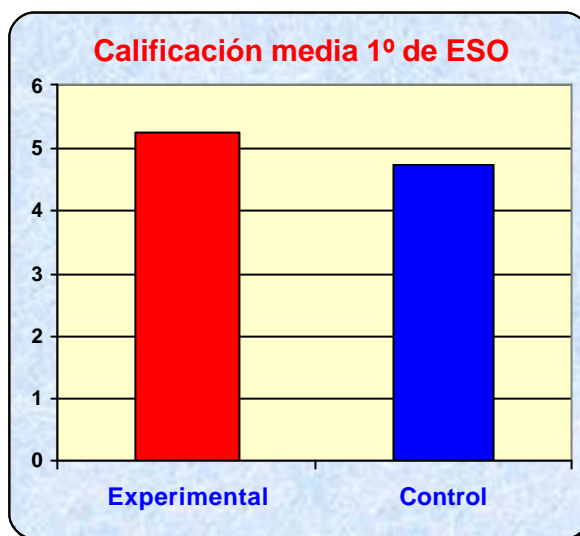
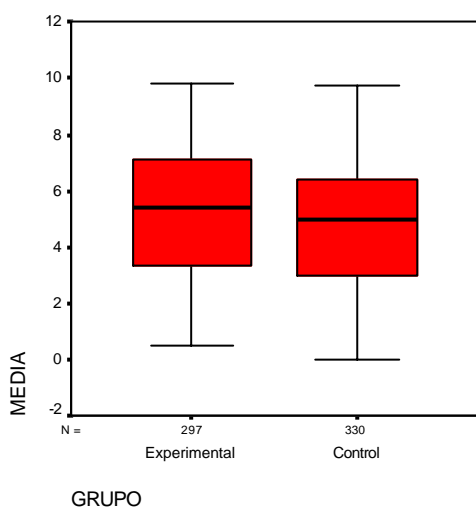
### 4.3.1.2. Rendimiento por cursos

#### Curso 1º de ESO

Los resultados de la calificación media obtenidos para la totalidad de la muestra en 1º de ESO han sido:

	GRUPO 1º ESO	N	Media	Desviación típica	Error típico de la media
MEDIA	Experimental	297	5,2486	2,30449	0,13372
	Control	330	4,7293	2,37822	0,13092

Se observa que la calificación media en el grupo experimental se eleva un **10,98% = 11%** sobre la calificación del grupo de control.



### Prueba de muestras independientes

		Prueba de Levene para la igualdad de varianzas		Prueba T para la igualdad de medias						
		F	Sig.	t	gl	Sig. (bi-lateral)	Diferencia de medias	Error típ. de la diferencia	95% Intervalo de confianza para la diferencia	
									Inferior	Superior
MEDIA	Se han asumido varianzas iguales	0,029	0,864	2,770	625	0,006	0,519	0,187	0,151	0,887
	No se han asumido varianzas iguales			2,775	621,588	0,006	0,519	0,187	0,152	0,887

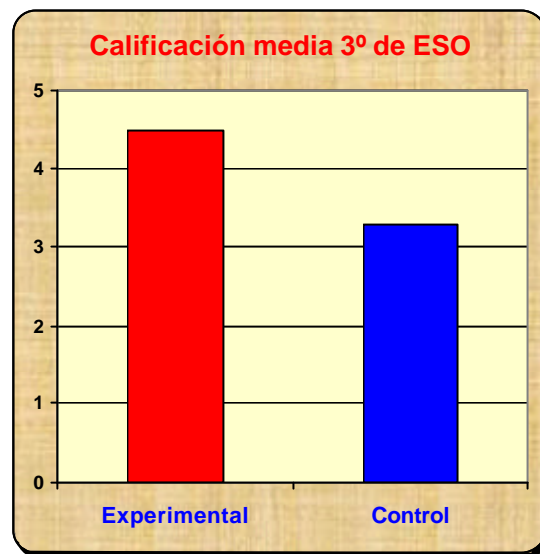
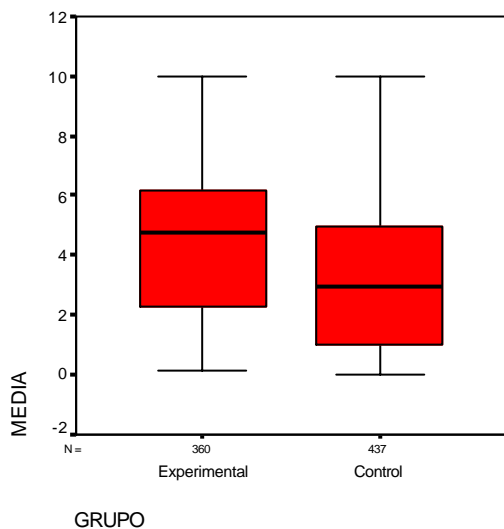
Realizada una prueba de comparación de medias para muestras independientes se obtiene un nivel de significación empírico de 0,006 que nos permite rechazar la hipótesis nula de igualdad de medias.

## Curso 3º de ESO

Los resultados de la calificación media obtenidos para la totalidad de la muestra en 3º de ESO han sido:

	GRUPO 3º ESO	N	Media	Desviación típica	Error típico de la media
MEDIA	Experimental	360	4,4928	2,38384	0,12564
	Control	437	3,2846	2,51598	0,12036

Se observa que la calificación media en el grupo experimental se eleva un **36,78%** sobre la calificación del grupo de control.



## Prueba para muestras independientes

		Prueba de Levene para la igualdad de varianzas		Prueba T para la igualdad de medias						
		F	Sig.	t	gl	Sig. (bi-lateral)	Diferencia de medias	Error típ. de la diferencia	95% Intervalo de confianza para la diferencia	
									Inferior	Superior
MEDIA	Se han asumido varianzas iguales	1,201	0,273	6,908	795	0,000	1,208	0,175	0,865	1,551
	No se han asumido varianzas iguales			6,944	779,620	0,000	1,208	0,174	0,867	1,550

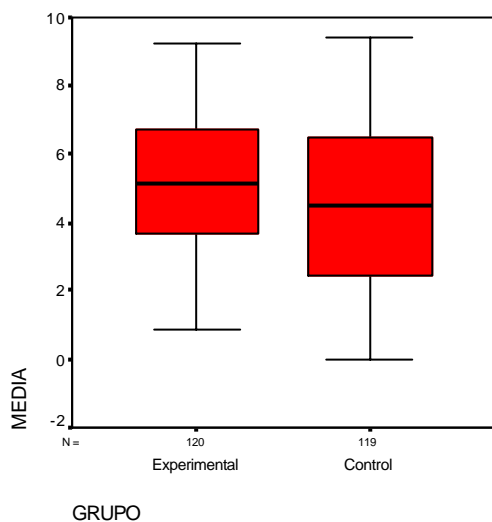
Realizada una prueba de comparación de medias para muestras independientes se obtiene un nivel de significación empírico de 0,000 que nos permite rechazar la hipótesis nula de igualdad de medias.

## Curso 1º de Bachillerato Ciencias de la Naturaleza y Tecnológico

Los resultados de la calificación media obtenidos para la totalidad de la muestra en 1º de Bachillerato de Ciencias de la Naturaleza y Bachillerato Tecnológico han sido:

	GRUPO	N	Media	Desviación típica	Error típico de la media
MEDIA	Experimental	120	5,0558	2,06969	0,18894
	Control	119	4,3774	2,50628	0,22975

Se observa que la calificación media en el grupo experimental se eleva un **15,50%** sobre la calificación del grupo de control.



## Prueba de muestras independientes

MEDIA		Prueba de Levene para la igualdad de varianzas		Prueba T para la igualdad de medias						
		F	Sig.	t	gl	Sig. (bi-lateral)	Diferencia de medias	Error típ. de la diferencia	95% Intervalo de confianza para la diferencia	
									Inferior	Superior
	Se han asumido varianzas iguales	7,150	0,008	2,283	237	0,023	0,678	0,297	0,093	1,264
	No se han asumido varianzas iguales			2,281	228,115	0,023	0,678	0,297	0,092	1,265

Realizada una prueba de comparación de medias para muestras independientes se obtiene un nivel de significación empírico de 0,023 que nos permite rechazar la hipótesis nula de igualdad de medias.

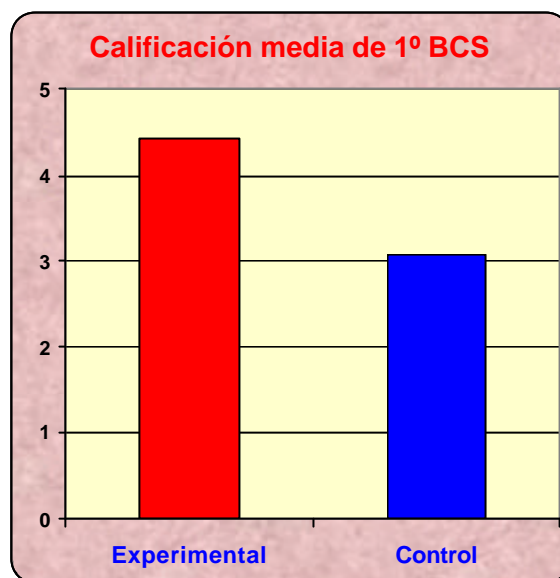
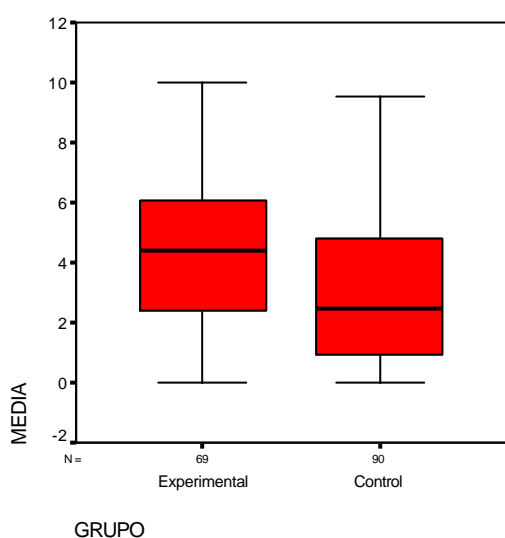


## Curso 1º de Bachillerato de Ciencias Sociales

Los resultados de la calificación media obtenidos para la totalidad de la muestra en 1º de Bachillerato de Ciencias Sociales han sido:

	GRUPO	N	Media	Desviación típica	Error típico de la media
MEDIA	Experimental	69	4,4351	2,34170	0,28191
	Control	90	3,0593	2,35503	0,24824

Se observa que la calificación media en el grupo experimental se eleva un **44,97%** sobre la calificación del grupo de control.



## Prueba de muestras independientes

MEDIA		Prueba de Levene para la igualdad de varianzas		Prueba T para la igualdad de medias						
		F	Sig.	t	gl	Sig. (bi-lateral)	Diferencia de medias	Error típ. de la diferencia	95% Intervalo de confianza para la diferencia	
									Inferior	Superior
	Se han asumido varianzas iguales	0,127	0,722	3,660	157	0,000	1,376	0,376	0,633	2,118
	No se han asumido varianzas iguales			3,663	146,871	0,000	1,376	0,376	0,633	2,118

Realizada una prueba de comparación de medias para muestras independientes se obtiene un nivel de significación empírico de 0,000 que nos permite rechazar la hipótesis nula de igualdad de medias.

## 4.3.2. Resultados relativos a la valoración de la metodología didáctica propuesta

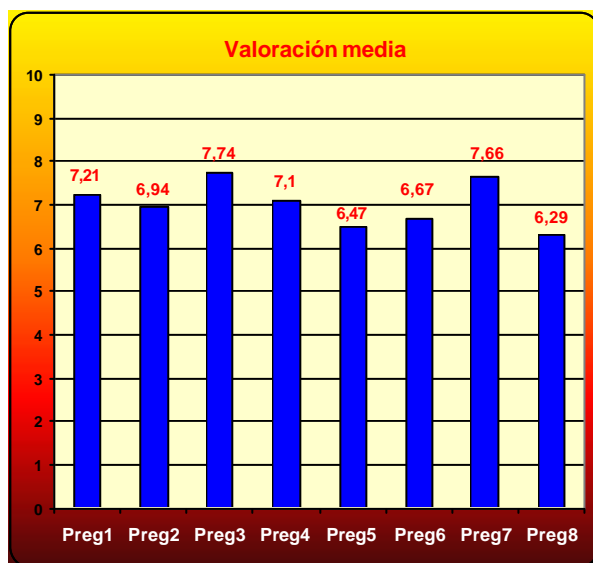
### 4.3.2.1. Valoración de los alumnos y alumnas

En primer lugar, el alumnado fue preguntado sobre su satisfacción personal y la valoración que hacía del aprendizaje con un cuestionario que recogía las siguientes preguntas con una escala de 0 (valoración absolutamente negativa) a 10 (valoración absolutamente positiva) Ver anexo 18:

1. Al estudiar esta parte de la materia te has sentido: (muy mal, ..., muy bien)
2. ¿Cuánto crees que has aprendido? (nada, ..., mucho)
3. ¿Ha sido interesante el tema? (nada, ..., mucho)
4. El método de trabajo ha sido: (muy malo, ..., muy bueno)
5. Las actividades han sido: (muy difíciles, ..., muy fáciles)
6. El método de evaluación te ha parecido: (muy malo, ..., muy bueno)
7. Los programas de ordenador (Derive, Cabri, Excel) como instrumento de trabajo te parecen: (muy malos, ..., muy buenos)
8. ¿Crees que has trabajado al límite de tu capacidad? (nada, ..., al límite)

**Tabla de frecuencias obtenidas para cada pregunta y cada valoración:**

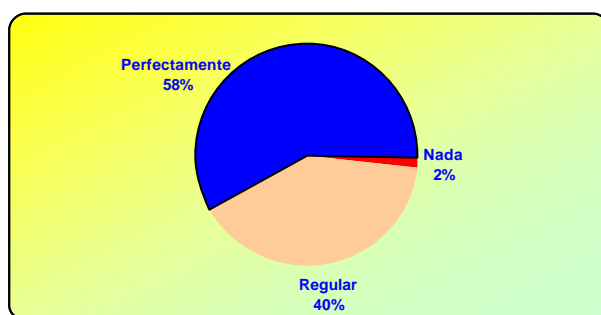
	Valoración										Total	Media	
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9			10
<b>Preg1</b>	4	8	7	15	15	108	75	147	126	65	134	704	7,21
<b>Preg2</b>	9	11	14	16	28	72	105	147	128	102	75	707	6,94
<b>Preg3</b>	13	5	10	15	16	59	52	100	107	133	201	711	7,74
<b>Preg4</b>	2	5	5	15	29	86	100	173	109	95	86	705	7,10
<b>Preg5</b>	10	11	10	21	49	153	96	112	112	72	63	709	6,47
<b>Preg6</b>	16	6	11	28	39	116	103	116	103	77	93	708	6,67
<b>Preg7</b>	6	3	10	15	9	63	90	105	124	111	181	717	7,66
<b>Preg8</b>	17	15	23	42	42	119	93	109	118	66	65	709	6,29



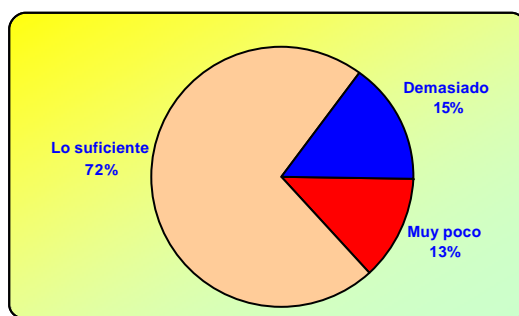
La valoración media del alumnado es de 7,01 puntos sobre 10 puntos, con una desviación típica de 0,49 y un cociente de variación del 7%. Esta calificación está muy por encima de la valoración que se suele hacer al alumnado de las matemáticas. Los alumnos han valorado especialmente los temas estudiados, se han sentido muy bien estudiándolos y han puntuado de forma especialmente alta el uso de los asistentes matemáticos. Es interesante constatar el dato de que a la pregunta 8 se le da la menor calificación (6,29), lo que parece indicar que la sensación de trabajar al límite se pierde por parte del alumnado cuando trabaja con esta metodología. Confirmando este dato, la pregunta 5, donde los alumnos tienen que juzgar la dificultad de las actividades y tareas realizadas, tiene una puntuación media de 6,47 (el 10 correspondería a tareas muy fáciles).

En segundo lugar, el alumnado fue interrogado sobre el desarrollo de las clases en el aula de informática trabajando con los asistentes matemáticos ver anexo 19. Se trataba de indagar sobre el equilibrio conseguido entre la autosuficiencia de los materiales y recursos didácticos y la ayuda del profesor y de los iguales, cuestión central en nuestra propuesta didáctica. Las cuestiones que se le propusieron, con sus resultados, son las siguientes:

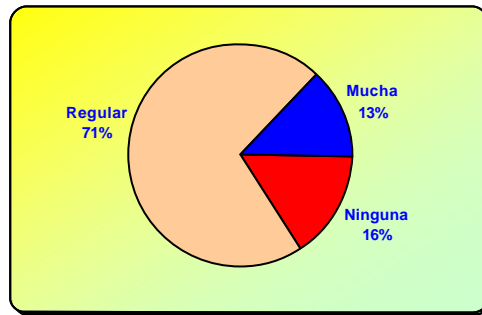
1. ¿Has entendido lo que tenías que hacer?



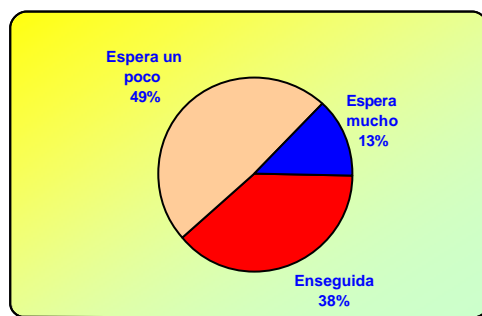
2. Ha explicado el profesor o profesora



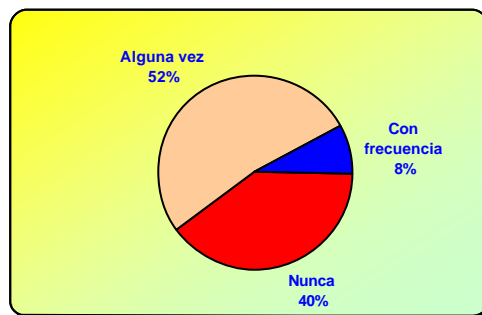
3. ¿Has necesitado la ayuda del profesor o profesora?



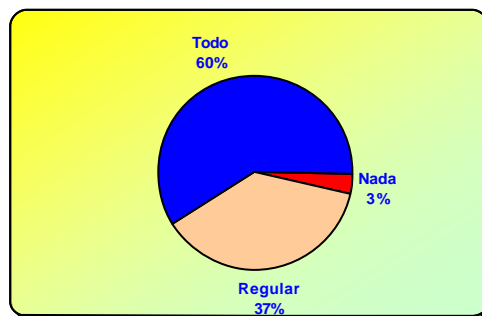
4. ¿Has conseguido la ayuda que necesitabas del profesor o profesora?



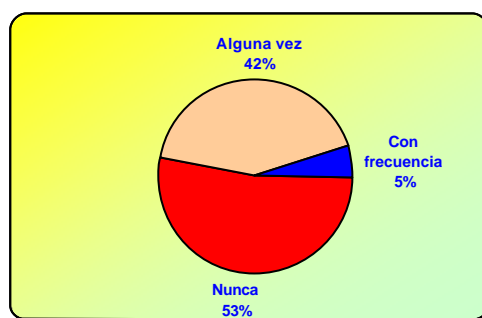
5. ¿Has pedido ayuda a alguien de otro grupo?



6. ¿Has encontrado en el cuaderno todo lo que necesitabas?



7. ¿Te han interrumpido los de otros grupos?

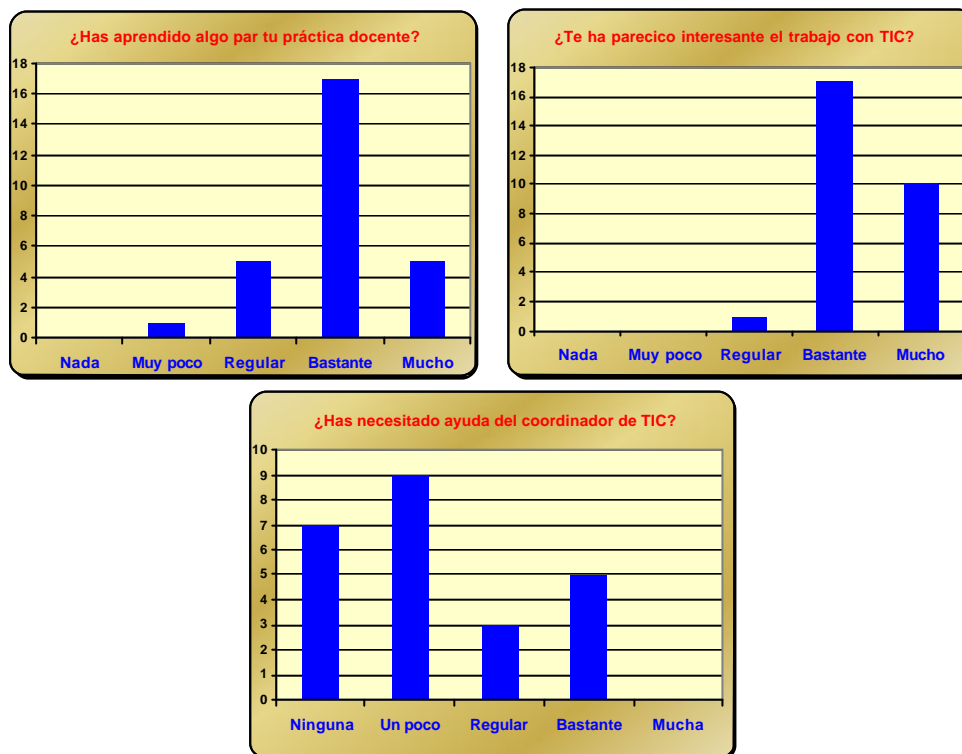


A la vista de los datos se concluye que el alumno entiende lo que tiene que hacer en el aula de ordenadores con los asistentes matemáticos; el profesorado no debe explicar mucho y el alumnado trabaja con autonomía, sin necesitar mucha ayuda que, por otro lado, recibe pronto cuando la precisa; en el material de trabajo encuentra fundamentalmente todo lo que necesita y el trabajo en clase es ordenado y no se interrumpe dicho trabajo con interferencias de otros grupos.

#### 4.3.2.2. VALORACIÓN DE LOS PROFESORES Y PROFESORAS

El profesorado fue preguntado sobre el desarrollo del proyecto obteniéndose los siguientes resultados:

1. ¿Has aprendido algo nuevo para tu práctica docente? Nada, ..., Mucho
2. ¿Te ha parecido interesante el trabajo de Matemáticas con las TIC? Nada, ..., Mucho
3. ¿Has necesitado la ayuda del coordinador/a de medios informáticos del IES? Nada, ..., Mucho



Mayoritariamente, se valora de forma bastante o muy satisfactoria el trabajo didáctico con TIC y su utilidad para la práctica docente. Es importante observar que la ayuda que necesitan del coordinador del aula de ordenadores para llevar a cabo el proceso de enseñanza-aprendizaje con soporte informático es muy poca y esto es una característica que hace viable la continuidad del proyecto en un futuro.

## 4.4. Conclusiones

Los resultados obtenidos nos permiten contrastar las hipótesis de la investigación, de modo que es posible afirmar de modo global, lo siguiente:

1. La metodología de enseñanza apoyada en los asistentes matemáticos mejora el aprendizaje en matemáticas de los alumnos en relación a la metodología tradicional de enseñanza.
2. Esta mejora es sistemática, es decir, se produce independientemente del nivel educativo del alumno
3. La metodología de enseñanza apoyada en los asistentes matemáticos es evaluada por los alumnos como eficaz y satisfactoria para el aprendizaje de contenidos matemáticos.
4. La metodología de enseñanza apoyada en los asistentes matemáticos es valorada por los profesores que la siguen como eficaz y satisfactoria para la práctica docente.

Profundicemos un poco más en el análisis de los resultados:

- a) La metodología experimental ha tenido un impacto positivo en el rendimiento de los alumnos a pesar de lo reducido de su desarrollo. Efectivamente, la mayor parte del proceso de enseñanza-aprendizaje se realizó en la clase tradicional y solo un pequeño porcentaje de tiempo (un 25% como máximo) el Grupo Experimental trabajó en el aula de informática con la metodología experimental. Con todo, la media de rendimiento del GE supera casi en un 25% la media de rendimiento del GC.
- b) Hay que admitir que los resultados globales son bajos: en términos clásicos diríamos que suspenden tanto los alumnos del Grupo Experimental (4.8) como los del Grupo de Control (3.9). Conviene hacer algunas matizaciones a este dato:
  - ? Las calificaciones del GC están en sintonía con los resultados encontrados en diversas evaluaciones realizadas en España por el INCE y, por tanto, las del GE están por encima.
  - ? La calificación final es la estricta media de las calificaciones parciales del curso conseguidas en los exámenes sin considerar otros aspectos (cuaderno, trabajo de clase, comportamiento, etc.) que se usan para la calificación final. También se evita el fenómeno típico de “subida de calificación” en la evaluación final.
  - ? El grupo experimental tuvo que familiarizarse con la metodología de enseñanza apoyada en asistentes matemáticos y con el manejo de los mismos. Esto trajo como consecuencia que se “resintió” la calificación

del primer módulo, al comienzo de la experiencia, convirtiéndose, de hecho, en un “período de rodaje”.

- c) En el análisis por cursos, se observa que los alumnos que menos se benefician de la metodología experimental son los de 1º ESO (un 11% sobre el Grupo de Control). En 3º ESO la mejoría de la calificación es de un 37%, en 1º BCS es de un 45% y en 1ª BCN es de un 16%. No tenemos claro a que se puede deber este hecho.

Conviene subrayar la mejoría de los alumnos del Bachillerato de Ciencias Sociales, alumnos que tradicionalmente no muestran una disposición muy favorable a las matemáticas. La mejora del 45% parece indicar que la metodología seguida en el grupo experimental puede ser muy adecuada para trabajar con este tipo de alumnos. De forma complementaria, los datos indican que el impacto de la metodología en el rendimiento de los alumnos del “bachillerato de ciencias y tecnológico”, tradicionalmente mejores en matemáticas, es menor aún siendo positivo (16%).

- d) La investigación en el campo de la educación matemática indica la importancia de los factores afectivos y emocionales en el aprendizaje de la disciplina. Pues bien, los datos obtenidos de los cuestionarios contestados por profesores y alumnos de los grupos experimentales muestran la satisfacción con el clima afectivo, de facilidad y de “amigabilidad” creado por la metodología experimental y el trabajo con los asistentes matemáticos.

Es evidente que, como en cualquier investigación y más en una de alcance limitado en su implementación como es ésta, numerosas cuestiones quedan abiertas; decimos limitado en cuanto al tiempo que los alumnos del GE pudieron trabajar con los asistentes matemáticos. A pesar de esto se obtuvieron mejoras significativas, aunque no espectaculares, en el rendimiento académico de los alumnos del GE. Y ello en una investigación de validez ecológica avalada tanto por la amplitud de las muestras con las que trabajamos (alumnos, institutos, profesores, involucrados), mucho más amplias que en la gran mayoría de las investigaciones al uso, como por las condiciones de experimentación que supusieron convertir el trabajo docente cotidiano en un ámbito de experimentación controlada.

Como líneas de investigación futura que se desprenden del presente trabajo podemos enunciar dos:

1. Una réplica de la investigación con mayor tiempo dedicado al trabajo con los asistentes matemáticos por el GE y donde se controle el nivel de conocimientos previos de los alumnos para poder analizar el incremento diferencial de los aprendizajes.
2. Un análisis por separado del impacto en el aprendizaje de cada uno de los asistentes matemáticos (DERIVE, CABRI, EXCEL) para empezar a comprender los mecanismos de actuación de los mismos sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje.



## Referencias

Arias Cabezas, J. M<sup>a</sup> y Maza Sáez, I. (2002). Matemáticas, 1º ESO. Sevilla. Algaida Editores. ISBN 84-8433-231-4

Arias Cabezas, J. M<sup>a</sup> y Maza Sáez, I. (2002). Matemáticas, 1º ESO. Propuesta didáctica. Sevilla. Algaida Editores. ISBN 84-8433-239-X

Arias Cabezas, J. M<sup>a</sup> y Maza Sáez, I. (2003). Matemáticas, 2º ESO. Sevilla. Algaida Editores. ISBN 84-8433-294-2

Arias Cabezas, J. M<sup>a</sup> y Maza Sáez, I. (2003). Matemáticas, 2º ESO. Propuesta didáctica. Sevilla. Algaida Editores. ISBN 84-8433-295-0

Arias Cabezas, J. M<sup>a</sup> y Maza Sáez, I. (2002). Matemáticas, 3º ESO. Sevilla. Algaida Editores. ISBN 84-8433-232-2

Arias Cabezas, J. M<sup>a</sup> y Maza Sáez, I. (2002). Matemáticas, 3º ESO. Propuesta didáctica. Sevilla. Algaida Editores. ISBN 84-8433-240-3

Arias Cabezas, J. M<sup>a</sup> y Maza Sáez, I. (2003). Matemáticas, 4º ESO A. Sevilla. Algaida Editores. ISBN 84-8433-304-3

Arias Cabezas, J. M<sup>a</sup> y Maza Sáez, I. (2003). Matemáticas, 4º ESO A. Propuesta didáctica. Sevilla. Algaida Editores. ISBN 84-8433-305-1

Arias Cabezas, J. M<sup>a</sup> y Maza Sáez, I. (2003). Matemáticas, 4º ESO B. Sevilla. Algaida Editores. ISBN 84-8433-306-X

Arias Cabezas, J. M<sup>a</sup> y Maza Sáez, I. (2003). Matemáticas, 4º ESO B. Propuesta didáctica. Sevilla. Algaida Editores. ISBN 84-8433-307-8

Arias Cabezas, J. M<sup>a</sup> y Maza Sáez, I. (2002). Matemáticas, 1º de Bachillerato de Ciencias de la Naturaleza y Salud y Tecnología. Sevilla. Algaida Editores. ISBN 84-8433-178-4

Arias Cabezas, J. M<sup>a</sup> y Maza Sáez, I. (2002). Matemáticas, 1º de Bachillerato de Ciencias de la Naturaleza y Salud y Tecnología. Propuesta didáctica. Sevilla. Algaida Editores. ISBN 84-8433-179-2

Arias Cabezas, J. M<sup>a</sup> y Maza Sáez, I. (2003). Matemáticas, 2º de Bachillerato de Ciencias de la Naturaleza y Salud y Tecnología. Sevilla. Algaida Editores. ISBN 84-8433-314-0

Arias Cabezas, J. M<sup>a</sup> y Maza Sáez, I. (2003). Matemáticas, 2º de Bachillerato de Ciencias de la Naturaleza y Salud y Tecnología. Propuesta didáctica. Sevilla. Algaida Editores. ISBN 84-8433-315-9

Arias Cabezas, J. M<sup>a</sup> y Maza Sáez, I. (2002). Matemáticas, 1º de Bachillerato de Humanidades y Ciencias Sociales. Sevilla. Algaida Editores. ISBN 84-8433-217-9

Arias Cabezas, J. M<sup>a</sup> y Maza Sáez, I. (2002). Matemáticas, 1º de Bachillerato de Humanidades y Ciencias Sociales. Propuesta didáctica. Sevilla. Algaida Editores. ISBN 84-8433-218-7

Arias Cabezas, J. M<sup>a</sup> y Maza Sáez, I. (2003). Matemáticas, 2º de Bachillerato de Humanidades y Ciencias Sociales. Sevilla. Algaida Editores. ISBN 84-8433-316-7

Arias Cabezas, J. M<sup>a</sup> y Maza Sáez, I. (2003). Matemáticas, 2º de Bachillerato de Humanidades y Ciencias Sociales. Propuesta didáctica. Sevilla. Algaida Editores. ISBN 84-8433-317-5

Arias Cabezas, J. M<sup>a</sup>; Arias López, O.; Arias López, S; Rey Valls, I. (2004). Informática XP. Bachillerato. Tecnologías de la información: Ciencias - Tecnología. Barcelona. Casals. ISBN 84-218-3119-4

Arias Cabezas, J. M<sup>a</sup>; Arias López, O.; Arias López, S; Rey Valls, I. (2004). Propuesta didáctica. Informática XP. Bachillerato. Tecnologías de la información: Ciencias - Tecnología. Barcelona. Casals. ISBN 84-218-3137-2

Arias Cabezas, J. M<sup>a</sup>; Arias López, O.; Arias López, S; Rey Valls, I. (2004). Informática Millennium. Informática de Bachillerato. Tecnologías de la información: Humanidades y Ciencias Sociales. Barcelona. Casals. ISBN 84-218-3120-8

Arias Cabezas, J. M<sup>a</sup>; Arias López, O.; Arias López, S; Rey Valls, I. (2004). Propuesta didáctica. Informática Millennium. Informática de Bachillerato. Tecnologías de la información: Humanidades y Ciencias Sociales. Barcelona. Casals. ISBN 84-218-3138-0

Arias Cabezas, J. M<sup>a</sup>; Arias López, O.; Arias López, S; Rey Valls, I. (2000). Informática 2000. Barcelona. Casals. ISBN 84-218-2290-X

Arias Cabezas, J. M<sup>a</sup>; Arias López, O.; Arias López, S; Rey Valls, I. (2000). Informática 2000. Propuesta Didáctica. Barcelona. Casals. ISBN 84-218-2384-1

Ausubel, D.P., Novak, J.D. y Hanesian, H. (1978). *Educational psychology. A cognitive view*. New York: Holt, Rinehart y Winston. Versión castellana: *Psicología educativa*. México: Trillas, 1983.

Batanero, C., Garfield, J. B., Ottaviani, M. G. y Truran, J. (2000) Research in statistical education: some priority questions. *SERN*, 1( 2), 2-6.

Batanero, C. (2000). Significado y comprensión de las medidas de tendencia central. *UNO*, 25, 41-58

Bauersfeld, H. (1980). Hidden dimensions in the so-called reality of a mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 11, 23-41

- Bergeron, J. C.; Herscovis, N. (1990). Psychological aspects of learning early arithmetic, en *Nesher; Kilpatrick (1990)*, pág. 31-52.
- Bishop, A.J. (1989). Review of research on visualization in mathematics education, *Focus on Learning Problems in Mathematics* vol. 11.1, pág. 7-16.
- Borovcnik, M. y Bentz, H.J. (1991). Empirical research in understanding probability. En R.Kapadia y M.Borovnik (Eds.), *Chance encounters: Probability in education* (pp. 73-105). Amsterdam: Kluwer
- Brousseau, G. (1990). ¿Qué pueden aportar a los enseñantes los diferentes enfoques de la didáctica de las Matemáticas?. (Primera parte). *Enseñanza de las Ciencias*. 8,3. 259-267
- Bruner, J.S. (1966). *Toward a Theory of Instruction*. New York: Norton.
- Cajaraville, J. (1989). *Ordenador y educación matemática*. Madrid: Síntesis.
- Carpenter, T. P.; Moser, J. M.; Romberg, T. A. (1982). *Addition and subtraction. A cognitive perspective*. Hillsdale: L. Erlbaum.
- Castro, E. y Castro, E. (1997). Representaciones y Modelización. En L. Rico (coordinador), *La educación matemática en la enseñanza secundaria*. Barcelona: ICE / Horsori.
- Chamorro, M.C. y Belmonte, J. M (1988). *El Problema De La Medida*. Madrid: Síntesis.
- Chevallard, Y. (1985). *La transposición didactique. Du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble: La Pensée Sauvage.
- De Corte, A.; Verschaffell, L. (1987): Logo: ¿Un medio para pensar?, *Logo y Educación* n° 8, pág. 3-13.
- Dienes, Z. P. (1960). *Building Up Mathematics*. Londres: Hutchinson. (Trad. cast.: *Construcción de las matemáticas*. Barcelona: Vicens Vives, 1970).
- Entwistle, N. (1987). *Why Should Micros Make a Difference to Pedagogy*. Documento presentado en el Seminario Internacional "Microordenadores y Educación Secundaria: implicaciones para la formación de profesores", organizado por la OECD.
- Fey, J. T. (1980). Mathematics education research on curriculum and instruction, en *R. J. Shumway (1980): Research in mathematics education*. Reston: N.C.T.M., pág. 388-432.
- Fischbein, E. (1987). *Intuition in science and mathematics. An educational approach*. Dordrecht: Reidel.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Dordrecht: Reidel.
- Freudenthal, H. (1982). Fiabilité, validité et pertinence - critères de la recherche sur l'enseignement de la mathématique, *Educational Studies in Mathematics* vol. 13, pág. 395-408.

Freudenthal, H. (1981). Major problems of mathematics education, *Educational Studies in Mathematics* vol. 12, pág. 133-150).

Gagné, R. M. (1977). *The Conditions of Learning and Theory of Instruction*. Nueva York: Holt, Rinehart & Winston. (Trad. cast.: *Las condiciones del aprendizaje*. México. Interamericana, 1979).

García, A.; Martínez, A.; Miñano, R. (1995). *Nuevas tecnologías y enseñanza de las matemáticas*. Síntesis, Madrid .

Godino, J. D. (2002). *Perspectiva de la didáctica de las matemáticas como disciplina científica*. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada.

Godino, J. D. y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 14, nº 3: 325-355.

Gutiérrez, A. (editor) (1991). *Área de Conocimiento, Didáctica de la Matemática*. Madrid: Síntesis

Gutiérrez, R. (1987). La investigación en Didáctica de las Ciencias. Elementos para su comprensión. *Bordón*. 268. 339-362.

Hadamard, J. (1945). *The Psychology of Invention in the Mathematical Field*. Princeton: Princeton University Press.

Hart, K. (1981).: *Children's understanding of mathematics: 11-16*. Londres: John Murray

Kilpatrick, J.(1994). Investigación en Educación Matemática. En J. Kilpatrick, L. Rico y M. Sierra. *Educación matemática e Investigación*. Madrid: Síntesis.

Kilpatrick, J. (1981). Research on mathematical learning and thinking in the United States, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 2.3, pág. 363-379.

Kuhn, T. S. (1975). *La estructura de las revoluciones científicas*. México, DF: F.C.E.

Lakatos, I. (1981). *Matemáticas, ciencia y epistemología*. Madrid: Alianza Universidad.

Lakatos, I. (1978). *The methodology of scientific research programmes: philosophical papers. Vol 1*. Cambridge: Cambridge University Press. Trad. castellana de J.C. Zapatero: La metodología de los programas de investigación científica. Madrid: Alianza, 1983.

Lakatos, I. (1976). *Proofs and refutations*, Cambridge: Cambridge University Press. (Hay traducción castellana: *Pruebas y refutaciones*, Alianza, Madrid, 1982).

Llinares, S.; Sánchez, M. V. (eds.) (1990). *Teoría y práctica en la educación matemática*, colección "Ciencias de la Educación" núm. 4. Sevilla: Alfar.

Nesher, P.; Kilpatrick, J. (1990). *Mathematics and cognition: A research synthesis by the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Cambridge: Cambridge University Press.

- Orton, A. (1990). *Didáctica de las matemáticas*. Madrid: MORATA/MEC.
- Papert, S. (1980). *Desafío a la mente*. Ed. Galápagos, Buenos Aires.
- Piaget, J. y García, R. (1982). *Psicogénesis e historia de la ciencia*. Madrid: Siglo XXI.
- Poincaré, H. (1952). *Science and Method*, New York: Dover Publications Inc.
- Power, C.N. (1976). Competing paradigms in Science Education Research. *Journal of Research in Science Teaching*. 13, 6. 579-587.
- Puig, L. (1997). Análisis fenomenológico. En L. Rico (coordinador), *La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria*. Barcelona: ICE / Horsori.
- Rico, L. (editor) (1997). *Bases teóricas del Currículo de Matemáticas para Educación Secundaria*. Síntesis, Madrid
- Rico, L. y Sierra, M. (1994). Investigación en Educación Matemática en España. E. J. Kilpatrick, L. Rico y M. Sierra, *Educación Matemática e Investigación*. Madrid: Síntesis.
- Rojano, T. (1985). *De la aritmética al álgebra. Un estudio clínico con niños de 12 a 13 años de edad (Tesis doctoral)*. México D. F.: CINVESTAV, Secc. Matemática Educativa.
- Sáenz, C. (1998). Teaching Probability for Conceptual Change. *Educational Studies in Mathematics*, 35,3, pág. 233-254.
- Sáenz, C. (1995). Fundamentación psicopedagógica del software educativo. En M. Rodríguez (comp.), *El papel de la psicología del aprendizaje en la formación inicial del profesorado*. Colección Cuadernos del ICE. Madrid: Ediciones de la UAM.
- Schank, R.C. (1991) Future prospects for the use of multimedia. *Golem* ,2/3, 24-27.
- Schoenfeld, A.H. (1992). Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense-Making in Mathematics. En D.A. Grouws (editor), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. Nueva York: McMillan, 334-389.
- Sierra, M. (1997). Notas de historia de las matemáticas para el currículo de secundaria. En L. Rico (coordinador), *La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria*. Barcelona: ICE / Horsori.
- Socas, M. (1997). Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la Educación Secundaria. En L. Rico (coordinador), *La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria*. Barcelona: ICE / Horsori.
- Solomon, C. (1987). *Entornos de aprendizaje con ordenadores*. Paidós / MEC, Barcelona
- Sowder, J. (1992).: Estimation and related topics, en D. A. Grouws (1992): *Handbook of research on mathematics teaching* (N.C.T.M.: Reston, EE. UU.).

Steinbring, H. (1991). The theoretical nature of probability in the classroom. En R.Kapadia y M.Borovcnick (Eds.), *Chance encounters: Probability in education* (pp.135-167). Amsterdam: Kluwer.

Stenhouse, L. (1987). *Investigación y desarrollo del currículum*. Madrid: Morata

Suppes, P.; Jerman, M. y Brian, D.:(1968) *Computer-Assisted Instruction: Standford's 1965-66 Arithmetic Program*. Institute for Mathematical Studies in the Social Sciences. New York: Stanford University, Academy Press.

Van Hiele, P. M. (1986). *Structure and insight*. Academic Press, N. York

Wagner, S.; Kieran, C. (1989). *Research issues in the learning and teaching of algebra* Reston: N.C.T.M.

Watson, J. M. y Moritz, J. B. (2000). Developing concepts of sampling. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(1), 44-70

Weaver, J.F. (1967). Extending the impact of research on mathematics education. *Arithmetic Teacher*, 14, 314-318.

# Anexo 1: Organización de las TIC en la ESO

---

## Matemáticas con Nuevas Tecnologías

---

Cada uno de los temas incorpora al final un trabajo optativo para realizar con el ordenador. Se trabajará la Aritmética, el Álgebra y las Funciones con Derive, la Geometría con Cabri y la Estadística con Microsoft Excel. En todos los temas se da un dirección de Internet para poder ampliar información. Para que el trabajo sea cómodo es importante seguir las consideraciones:

---

### 1. Organización de la clase

---

En las mesas y en las sillas de los ordenadores, los alumnos solamente colocarán el libro y el cuaderno. Colgarán el resto de las cosas (como pueden ser la mochila y las prendas de abrigo) en el perchero, o en otro lugar de la clase, así no les molestarán a ellos ni a sus compañeros.

#### Trabajo en clase por parejas

Se recomienda trabajar en clase con dos alumnos por ordenador. Es importante acostumbrarse desde el principio a que uno de los dos esté **bien colocado enfrente del ordenador**. Sus funciones son:

- a) Escribir en el teclado.
- b) Utilizar el ratón.
- c) Hacer todo cuanto le ordene su compañero o compañera.

El otro alumno se sienta a su izquierda para no molestarle en el uso del ratón. Sus funciones son:

- a) Leer las actividades del libro.
- b) Comprobar que su compañero hace correctamente los ejercicios en pantalla.

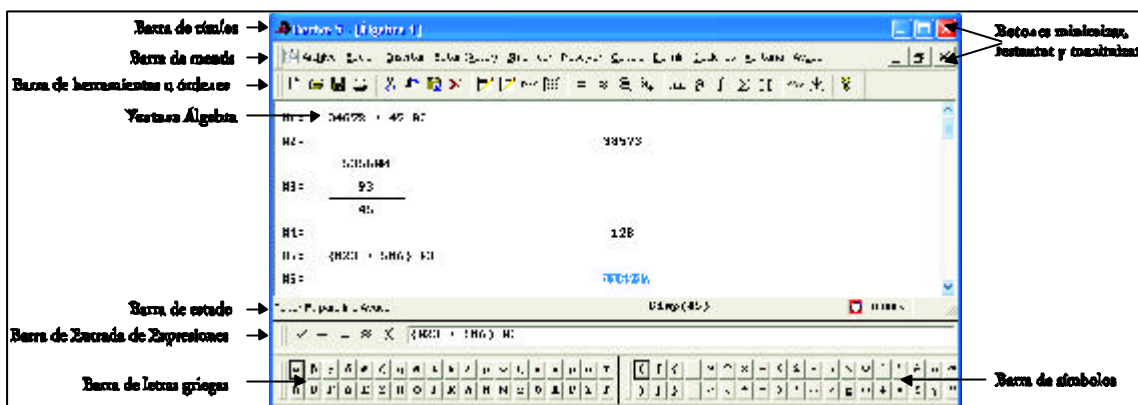
Después de cada actividad o dos actividades, los alumnos se cambian de silla y de funciones.

#### Forma de hacer las actividades

Las actividades de cada tema se harán en el siguiente orden:

- ✍ Primero, las actividades que están en el **PASO A PASO**
- ✍ Segundo, leer el **ASÍ FUNCIONA**
- ✍ Por último, hacer las actividades del **PRACTICA**

DERIVE: nombres de los objetos



(Minuta: componer las flechas y los textos, la imagen de Derive se llama ventana.bmp)

Ajustar la configuración de DERIVE

Cuando se trabaja con DERIVE y se modifican las opciones que tiene por defecto, éstas se conservan hasta que se vuelvan a cambiar. Es aconsejable que cuando se empieza a trabajar y se abre el Derive, éste funcione como se instala por primera vez, para ello en la barra de menús se elige:

**Definir/Restablecer todas las Preferencias**

**Reflexiones curriculares**

El currículo en su introducción dice:

*En los últimos años se ha producido un vertiginoso desarrollo tecnológico, cada vez las calculadoras y los ordenadores serán más sofisticados. El ciudadano del siglo XXI no puede ignorar el funcionamiento de estas herramientas con el fin de servirse de ellas, pero debe hacerlo siempre de forma racional; no puede, por ejemplo, quedar indefenso ante la necesidad de realizar un cálculo sencillo cuando no tiene a mano su calculadora. Por ello no es recomendable la utilización de calculadoras antes de que las destrezas del cálculo elemental hayan quedado bien afianzadas.*

*Por otra parte, la calculadora y ciertos programas informáticos, resultan ser recursos investigadores de primer orden en el análisis de propiedades y relaciones numéricas y gráficas y en este sentido debe potenciarse su empleo.*

Por ello, pensando que los alumnos van a pasar al mundo laboral en este nuevo milenio, debemos fomentar y en este orden: el cálculo mental, la calculadora y el ordenador.



## Aneso 2: Índice de Matemáticas 1º de ESO



### Índice

Matemáticas con Nuevas Tecnologías..... 2

#### **BLOQUE I: Aritmética y Álgebra**

1. Los números naturales (Derive).....	4
2. Divisibilidad (Derive).....	6
3. Los números enteros (Derive) .....	8
4. Las fracciones (Derive).....	10
5. Los números decimales (Derive) .....	12
6. Potencias y raíz cuadrada (Derive) .....	14
7. Sistema métrico decimal (Derive) .....	16
8. Proporcionalidad (Derive) .....	18
9. Ecuaciones de primer grado (Derive) .....	20

#### **BLOQUE II: Geometría**

10. Elementos en el plano (Cabri) .....	22
11. Triángulos (Cabri) .....	26
12. Los polígonos y la circunferencia (Cabri) .....	30
13. Perímetros y áreas (Cabri) .....	34

#### **BLOQUE III: Tablas y Gráficas**

14. Tablas y gráficas (Derive) .....	38
--------------------------------------	----

#### **BLOQUE IV: Anexos**

Anexo 1 Derive .....	40
Anexo 2 Cabri .....	42
Anexo 3 Calculadora .....	44
Anexo 4 Internet .....	45



## PASO A PASO

**Ajusta la configuración:** en la barra de menús elige

**Definir/Restablecer todas las Preferencias**

1. Haz la descomposición factorial de:  
120

**Solución:**

En la **Entrada de Expresiones** escribe:

120

Pulsa  **Introducir Expresión.**

En la barra de menús elige:

**Simplificar/Factorizar.../Factorizar**

$2^3 \cdot 3 \cdot 5$

2. Halla todos los divisores de:  
18

**Solución:**

En la **Entrada de Expresiones** escribe:

**divisors(18)**

Pulsa  **Introducir y Simplificar.**

[1, 2, 3, 6, 9, 18]

3. Clasifica en primos y compuestos los siguientes números:  
a) 391                      b) 503

**Solución:**

Para ver si un número es primo o compuesto se hallan todos sus divisores; si el resultado es el 1 y el mismo número, es primo; si además hay más divisores, es compuesto.

- a) En la **Entrada de Expresiones** escribe:

**divisors(391)**

Pulsa  **Introducir y Simplificar.**

[1, 17, 23, 391]

Por tanto, 391 es compuesto.

- b) En la **Entrada de Expresiones** escribe:

**divisors(503)**

Pulsa  **Introducir y Simplificar.**

[1, 503]

Por tanto, 503 es primo.

4. Halla el M.C.D. de:  
40 y 70

**Solución:**

En la **Entrada de Expresiones** escribe:

**gcd(40, 70)**

Pulsa  **Introducir y Simplificar.**

10

5. Halla el m.c.m. de:  
45 y 60

**Solución:**

En la **Entrada de Expresiones** escribe:

**lcm(45, 60)**

Pulsa  **Introducir y Simplificar.**

180

*Plantea el siguiente problema y resuélvelo con ayuda del DERIVE:*

6. Dos barcos salen de un puerto un determinado día. El primero vuelve cada 24 días y el segundo cada 36. ¿Cuántos días tardarán en volver a encontrarse por primera vez?

**Solución:**

Planteamiento: m.c.m.(24, 36)

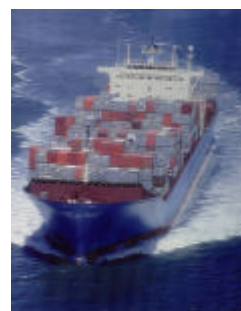
En la **Entrada de Expresiones** escribe:

**lcm(24, 36)**

Pulsa  **Introducir y Simplificar.**

72

Los barcos se encuentran cada 72 días.



## ASÍ FUNCIONA

---

### Introducir Expresión

Escribe en la **Ventana Álgebra** la expresión, se puede operar posteriormente con ella.

### Introducir y Simplificar

Escribe en la Ventana Álgebra la expresión y la simplifica, es decir, la opera.

### Funciones de divisibilidad

**divisors(a)** Calcula todos los divisores de a

**gcd(a, b, ...)** Calcula el M.C.D. de a, b...

**lcm(a, b, ...)** Calcula el m.c.m. de a, b... (Observación: en lcm, la primera letra es una ele)

## PRACTICA

---

6. Haz la descomposición factorial de:

- a) 600            b) 1 072
- c) 888            d) 756

7. Halla todos los divisores de:

- a) 36            b) 48
- c) 64            d) 96

8. Clasifica en primos y compuestos los siguientes números:

- a) 827
- b) 2 231
- c) 2 431
- d) 3 457

9. Halla:

- a) M.C.D. (390, 900)
- b) M.C.D. (504, 792)
- c) M.C.D. (180, 276, 444)
- d) M.C.D. (1 440, 1 536, 2 016)

10. Halla:

- a) m.c.m.(120, 260)
- b) m.c.m.(450, 850)
- c) m.c.m.(230, 322, 368)
- d) m.c.m.(240, 600, 960)

*Plantea los siguientes problemas y resuélvelos con ayuda del DERIVE:*

11. Alba y Sonia van a ver a su abuela un determinado día; a partir de ese día Alba va y vuelve cada 18 días y Sonia, cada 30. ¿Cuántos días tardarán en volver a encontrarse por primera vez?

12. Un frutero tiene 360 kg de manzanas y 455 kg de peras, y las quiere distribuir en bolsas de un número entero de kilos e igual peso. ¿Con cuantos kilos, como máximo, puede llenar cada bolsa?

13. Leemos un libro de 12 en 12 páginas y sobra 1 página; si lo leemos de 15 en 15 también sobra 1 página. Calcula el menor número de páginas que puede tener dicho libro.

14. Tenemos tres rollos de tela de 22 m, 32 m y 44 m, para hacer vestidos. Queremos cortarlos en trozos que tengan un número entero de metros e igual longitud. ¿Cuál es la mayor longitud en que los podemos cortar?

15. Un cometa aparece en la Tierra cada 160 años, y otro cada 210 años. Si aparecieron juntos en 1988, ¿cuándo volverán a hacerlo al mismo tiempo por primera vez?

Matemáticas 1º E.S.O.					
Apellidos:				Nº de lista:	
Nombre:		Grupo:		Calificación:	

## Examen de Matemáticas con Derive

(20 minutos)

### Prueba del tema 2. Divisibilidad

1. Ejercicio (Puntuación: 2,5 puntos)

**Haz la descomposición factorial de 88200:**

**540 =**

2. Ejercicio (Puntuación: 2,5 puntos)

**Halla el M.C.D. y el m.c.m. de 882 y de 450**

**M.C.D.(882, 450) =**

**m.c.m.(882, 450) =**

3. Problema (Puntuación: 5 puntos)

**Juan y María son primos, Juan va a ver a su abuela los domingos cada 24 semanas y María cada 36 semanas, si se encuentran un determinado día, ¿cuántas semanas tardarán en volver a encontrarse?**

Planteamiento:

Solución:

## Examen de Matemáticas con Derive

### Prueba del tema 2. Divisibilidad (Soluciones)

1. Ejercicio (Puntuación: 2,5 puntos)

**Haz la descomposición factorial de 88200:**

$$540 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5$$

2. Ejercicio (Puntuación: 2,5 puntos)

**Halla el M.C.D. y el m.c.m. de 882 y de 450**

$$\text{M.C.D.}(882, 450) = 18 \qquad \text{gcd}(882, 450)$$

$$\text{m.c.m.}(882, 450) = 22050 \qquad \text{lcm}(882, 450)$$

3. Problema (Puntuación: 5 puntos)

**Juan y María son primos, Juan va a ver a su abuela los domingos cada 24 semanas y María cada 36 semanas, si se encuentran un determinado día, ¿cuántas semanas tardarán en volver a encontrarse?**

Planteamiento:

$$\text{m.c.m.}(24, 36) = 72 \qquad \text{lcm}(24, 36)$$

Solución: a las 72 semanas.

## Anexo 3: Índice Matemáticas 3º de ESO



### Índice

Matemáticas con Nuevas Tecnologías..... 2

#### **BLOQUE I: Aritmética**

1. Números racionales e irracionales (Derive) .....	4
2. Potencias y raíces (Derive) .....	6
3. Sucesiones y progresiones (Derive).....	8
4. Proporcionalidad (Derive) .....	10

#### **BLOQUE II: Álgebra**

5. Operaciones con polinomios (Derive) .....	12
6. Ecuaciones e inecuaciones (Derive) .....	14
7. Sistemas de ecuaciones lineales (Derive) .....	16

#### **BLOQUE III: Tablas y Gráficas**

8. Características de las funciones (Derive) .....	18
9. Rectas e hipérbolas (Derive) .....	20
10. Función Cuadrática (Derive) .....	22

#### **BLOQUE IV: Geometría**

11. Movimiento (Cabri) .....	24
12. Áreas y volúmenes (Cabri) .....	28

#### **BLOQUE VI: Estadística y probabilidad**

13. Estadística (Excel) .....	32
14. Probabilidad (Excel) .....	36

#### **BLOQUE V: Anexos**

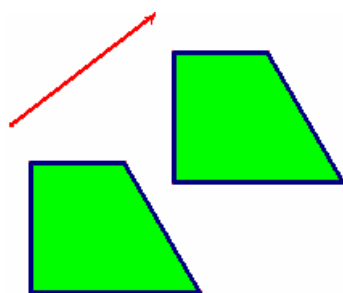
Anexo 1 Derive .....	38
Anexo 2 Cabri .....	40
Anexo 3 Excel .....	42
Anexo 4 Calculadora .....	44
Anexo 5 Internet .....	48



## PASO A PASO

- Elige en la barra de menús **Ayuda**, en la parte inferior aparece la descripción de cada orden. Déjala siempre activa.
- Elige en la barra de menús **Opciones/Mostrar atributos**. Déjalos siempre visibles.
- Borrar todos los objetos**: Pulsa las teclas [Ctrl] [A] para seleccionar todo y luego pulsa [Supr] para borrar. Cada vez que termines un ejercicio y antes de pasar al siguiente borra todo.

- Dibuja un vector y un trapezio. Traslada el trapezio según dicho vector.



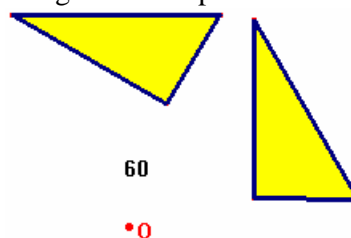
## Solución:

- Elige **Recta**/ **Vector**, selecciona en atributos color rojo y grosor mediano. Haz *click* en el origen del vector y en el extremo.
- Elige **Recta**/ **Polígono**, selecciona el grosor mediano. Haz *click* en los cuatro vértices del trapezio y para cerrarlo haz *click* otra vez en el primer vértice. Puedes modificar el trapezio *arrastrando* cada uno de los vértices con la opción **Puntero**.
- Elige **Dibujo**/ **Rellenar**, selecciona el color y haz *click* en el borde del trapezio.
- Elige **Transformar**/ **Traslación** haz *click* en el borde del trapezio y luego en el vector.

## Geometría dinámica: interactividad

- Arrastra* el extremo del vector verás como cambia el trapezio trasladado.
- Mueve el trapezio inicial *arrastrando* el borde verás como cambia el trapezio trasladado.
- Modifica el trapezio inicial *arrastrando* un vértice verás como cambia el trapezio trasladado.

- Dibuja un centro de giro, O, escribe el número 60 y dibuja un triángulo. Gira el triángulo 60° respecto del centro O



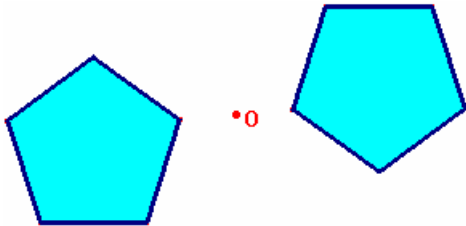
## Solución:

- Elige **Puntos**/ **Punto**, selecciona en atributos el punto más grande. Haz *click* en el lugar deseado y escribe la etiqueta O.  
Una etiqueta es una letra que designa un punto, una recta o una circunferencia. Se puede poner directamente al terminar de crear el objeto, o bien, elegir **Ver**/ **Etiqueta**, acercarse al objeto y escribirla.
- Elige **Ver**/ **Edición numérica** y escribe 60
- Elige **Recta**/ **Triángulo**. Haz *click* en los tres vértices y rellénalo de color.
- Elige **Transformar**/ **Rotación** haz *click* en el triángulo, en el centro O y en el número 60

## Geometría dinámica: interactividad

- Arrastra* el centro de giro O verás como cambia el triángulo girado.
- Haz *click* en el número 60 para editarlo y cambia el número verás como cambia el triángulo girado.
- Arrastra* el triángulo inicial verás como cambia el triángulo girado.
- Modifica el triángulo inicial *arrastrando* un vértice verás como cambia el triángulo girado.

3. Dibuja un centro de simetría central,  $O$  y un pentágono regular. Haz el simétrico del pentágono respecto del centro  $O$ .



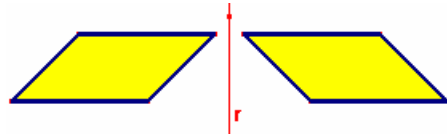
**Solución:**

- Dibuja el centro  $O$ .
- Elige **Rectas/** **Polígono regular**, haz *click* en un punto de la pantalla que será el centro del polígono, suelta el botón del ratón y muévelo para indicar el tamaño, luego vuelve a hacer *click* y suéltalo. Mueve el ratón y elige 5 lados. *Arrastrando* un vértice lo puedes cambiar de tamaño y girarlo.
- Elige **Transformar/** **Simetría** haz *click* en el pentágono y en el centro  $O$ .

**Geometría dinámica: interactividad**

- Arrastra* el centro de simetría  $O$  verás como cambia el pentágono homólogo.
- Arrastra* el pentágono inicial verás como cambia el pentágono homólogo.
- Modifica el pentágono inicial *arrastrando* un vértice verás como cambia el pentágono homólogo.

4. Dibuja un eje de simetría axial,  $r$ , y un romboide. Haz el simétrico del romboide respecto de la recta  $r$ .



**Solución:**

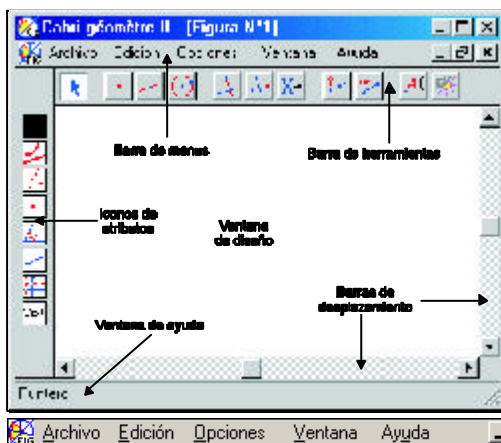
- Elige **Rectas/** **Recta**, haz *click* en dos puntos y escribe la etiqueta  $r$ .
- Dibuja el romboide.
- Elige **Transformar/** **Simetría axial** haz *click* en el romboide y en la recta  $r$ .

**Geometría dinámica: interactividad**

- Arrastra* la recta  $r$  moviendo el punto que define la recta y verás como cambia el romboide homólogo.
- Gira la recta  $r$  moviendo un punto que no sea el que define la recta y verás como cambia el romboide homólogo.
- Arrastra* el romboide inicial verás como cambia el romboide homólogo.
- Modifica el romboide inicial *arrastrando* un vértice verás como cambia el romboide homólogo.

**ASÍ FUNCIONA**

**Partes de la ventana de CABRI**



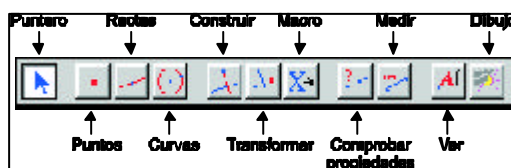
Arriba a la derecha hay tres iconos: El central puede cambiar de forma.

- Icono minimizar.
- Icono maximizar.
- Icono restaurar.
- Icono cerrar.

**Barra de menús**

Cada una de las opciones tiene otro submenú.

Cada los la






**Barra de herramientas**

una de los iconos tiene varias opciones, iconos de esta barra van cambiando según última opción elegida.



**Seleccionar:** Hay cuatro formas distintas de seleccionar objetos en **CABRI**.

- Señalar directamente con el  **Puntero** en el borde del objeto.
- Señalar varios objetos. Primero uno con el  **Puntero** y, luego, manteniendo pulsada la tecla [**Mayús**], se hace *clic* en todos los objetos que se quieran seleccionar.
- Recuadro de selección. Con el  **Puntero** se hace *clic* en una parte de la pantalla en la que no haya objetos y *se arrastra el ratón*. Todos los objetos que estén dentro del recuadro quedan seleccionados.
- Seleccionar todos los objetos. Se pulsán las teclas [**Ctrl**] [**A**], o bien se elige en el menú **Edición/Seleccionar todo**.

**Quitar selección:** Se hace *clic* con el  **Puntero** en cualquier parte de la **Ventana de diseño** en la que no haya ningún objeto.

[**Mayús**]: Manteniendo pulsada esta tecla, se consigue:

- Seleccionar varios objetos haciendo *clic* sobre cada uno de éstos.
- Cuando se dibujan circunferencias, sus radios son números enteros.
- Cuando se dibujan segmentos, rectas y semirrectas, su inclinación cambia de 15° en 15°

**Mover objeto:** Se selecciona y *se arrastra*. Si un objeto depende de otro, no se puede mover directamente.

**Borrar objetos:** Se seleccionan y se pulsa la tecla [**Supr**].

**Borrar todo:** Se selecciona todo pulsando las teclas [**Ctrl**] [**A**] y se pulsa la tecla [**Supr**].

**Deshacer/Rehacer la última acción:** Se pulsán las teclas [**Ctrl**] [**Z**] o bien se elige en la barra de menús **Edición/Deshacer Rehacer**.

**Copiar:** Se selecciona el objeto, se elige en la barra de menús **Edición/Copiar** y luego **Edición Pegar**.

**Paleta de atributos:** La paleta de atributos permite modificar el aspecto de los objetos: color, grosor, punteado, etc. Para abrir la paleta de atributos, se elige en la barra de menús **Opciones/Mostrar atributos**. Para crear un objeto con un atributo, se elige primero la herramienta, luego el atributo y se construye el objeto. Para cambiar los atributos de un objeto, se selecciona el objeto y se elige el atributo.

### Paleta de atributos

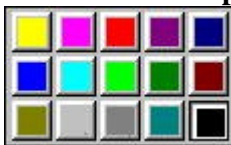
Para abrirla, se elige en la barra de menús **Opciones/Mostrar atributos**.

Cada uno de estos menús tiene un submenú.

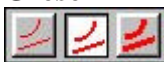
También se puede abrir en la herramienta **Dibujo** una ventana de atributos.

Las opciones que hay son las siguientes:

### Paleta de colores para la línea y el relleno



### Grosor



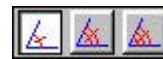
### Aspecto de las líneas



### Tipos de puntos



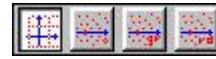
### Marca de ángulos



### Marca de segmentos



### Coordenadas cartesianas y polares



### Aspecto del texto



### Orden en las construcciones

Al construir una figura geométrica se debe prestar atención especial al orden de los objetos que se construyen, ya que cuando un objeto depende de otro para mover el segundo se debe hacer a través del primero.

**PRACTICA**

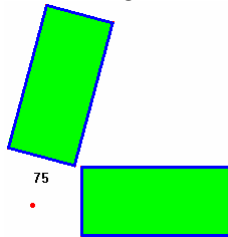
5. Dibuja un vector y una pajarita. Traslada la pajarita según dicho vector.



**Geometría dinámica: interactividad**

Modifica el vector y la pajarita verás como cambia la pajarita homóloga.

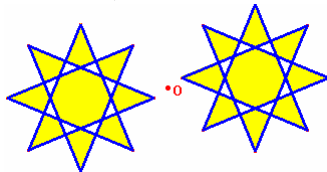
6. Dibuja un rectángulo y gíralo respecto del centro O un ángulo de amplitud  $75^\circ$



**Geometría dinámica: interactividad**

Mueve el centro de giro, cambia el argumento y modifica el rectángulo verás como cambia el rectángulo homólogo.

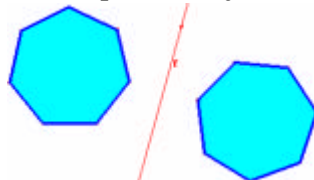
7. Dibuja una estrella de ocho puntas y haz la simétrica respecto del centro O (las estrellas se dibujan como los polígonos regulares girando el ratón en sentido contrario).



**Geometría dinámica: interactividad**

Mueve el centro de simetría y modifica la estrella verás como cambia la homóloga.

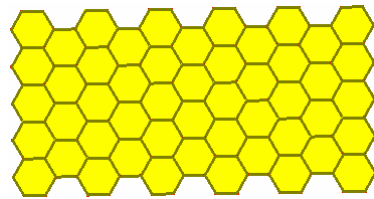
8. Dibuja un heptágono regular y halla el simétrico respecto del eje,  $r$ .



**Geometría dinámica: interactividad**

Mueve el eje de simetría y modifica el heptágono verás como cambia el homólogo.

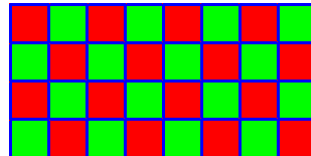
9. Dibuja, utilizando los movimientos, el siguiente mosaico regular formado por hexágonos regulares.



**Geometría dinámica: interactividad**

Modifica el tamaño del hexágono inicial y verás como cambia el mosaico.

10. Dibuja, utilizando los movimientos, el siguiente mosaico regular formado por cuadrados (para dibujar el cuadrado usa la propiedad de que es el polígono regular de cuatro lados).



**Geometría dinámica: interactividad**

Modifica el tamaño del cuadrado inicial y verás como cambia el mosaico.

11. Dibuja dos rectas perpendiculares y en uno de los cuadrantes dibuja un pentágono regular. Halla el simétrico respecto de las dos rectas y respecto del punto de corte.

**Geometría dinámica: interactividad**

Mueve los ejes de simetría y modifica el pentágono verás como cambia el homólogo.

12. Dibuja dos rectas verticales, a la izquierda de la primera dibuja una pajarita. Halla la simétrica respecto de la primera recta y luego la simétrica de ésta respecto de la segunda recta. ¿A que movimiento equivale la composición de las dos simetrías axiales?

13. Dibuja dos rectas que se corten, a la izquierda de la primera dibuja una pajarita. Halla la simétrica respecto de la primera recta y luego la simétrica de ésta respecto de la segunda recta. ¿A que movimiento equivale la composición de las dos simetrías axiales?

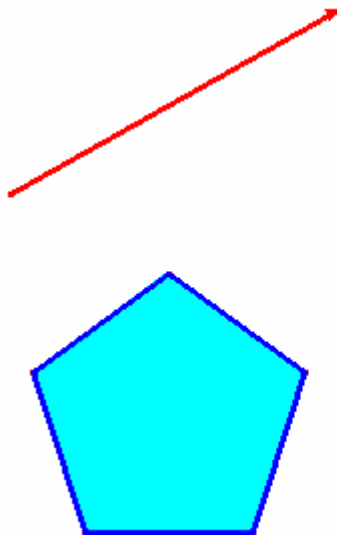
Matemáticas 2º E.S.O.			
Apellidos:		Nº de lista:	
Nombre:		Grupo:	
		Calificación:	

## Examen de Matemáticas con Cabri (20 minutos)

### Prueba del tema 11. Movimiento

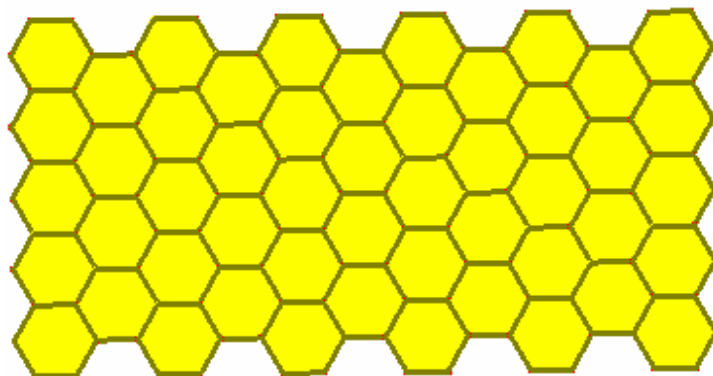
#### 1. Ejercicio (Puntuación: 5 puntos)

- Dibuja un vector como el de la figura.
- Dibuja un pentágono regular como el de la figura.
- Traslada el pentágono regular dibujado según el vector dado.



#### 2. Problema (Puntuación: 5 puntos)

Dibuja, utilizando los movimientos, el siguiente mosaico regular formado por hexágonos regulares.

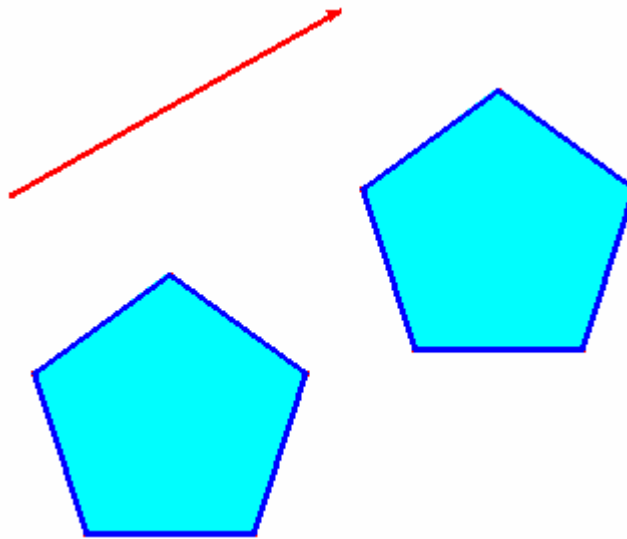


## Examen de Matemáticas con Cabri

### Prueba del tema 11. Movimiento (Soluciones)

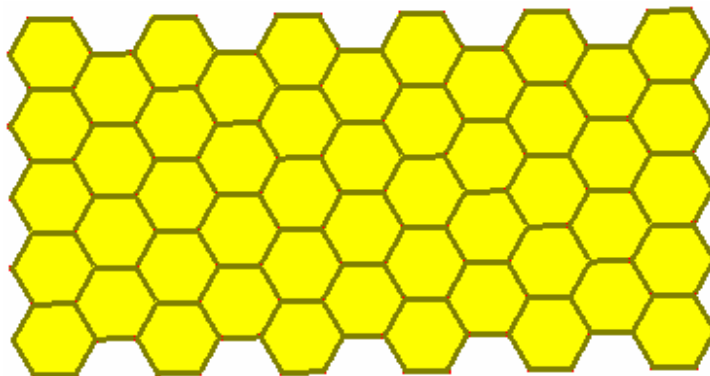
#### 1. Ejercicio (Puntuación: 5 puntos)

- Dibuja un vector como el de la figura.
- Dibuja un pentágono regular como el de la figura.
- Traslada el pentágono regular dibujado según el vector dado.



#### 2. Problema (Puntuación: 5 puntos)

Dibuja, utilizando los movimientos, el siguiente mosaico regular formado por hexágonos regulares.



## Anexo 4: Organización de las TIC en los Bachilleratos

---

### Matemáticas con Nuevas Tecnologías

---

Se trabajará la aritmética, el álgebra y las funciones con Derive, la geometría con Cabri y la Estadística y Probabilidad con Microsoft Excel. Para que el trabajo sea cómodo es importante seguir las consideraciones:

---

#### 1. Organización del disco duro

---

En el disco duro del ordenador crea una carpeta que se llama **Mate** de Matemáticas:  
C:/Mate

Dentro de esta carpeta crea otra carpeta que se llame **Bach** de Bachillerato: C:/Mate/Bach

Dentro de esta carpeta cada pareja de alumnos que trabajen en cada ordenador crearán una carpeta en la que guardarán todos sus trabajos.

El nombre de esta carpeta se formará con el número del curso, la letra del grupo y las iniciales de los nombres y apellidos.

#### **Ejemplo**

Si los dos alumnos son de 1º B y se llaman Óscar Arias López y Sonia Fernández García, el nombre de la carpeta será: 1BOALSFG. Con lo que quedará la siguiente dirección:

C:/Mate/Bach/1BOALSFG

Si en vez de colocarse dos alumnos en el ordenador, solo se coloca uno se seguirá el mismo procedimiento para poner el nombre de la carpeta.

Se aconseja que el alumnado que haga el trabajo en el ordenador de casa, organice el disco duro de igual forma.

Los nombres de los ficheros de cada tema se formarán con el número del tema seguido de la palabra Mat

#### **Ejemplo**

Para guardar el trabajo del tema 5 se le pondrá de nombre: **5Mat**

En las mesas y en las sillas de los ordenadores, los alumnos solamente colocarán el libro y el cuaderno. Colgarán el resto de las cosas (como pueden ser la mochila y las prendas de abrigo) en el perchero, o en otro lugar de la clase, así no les molestarán a ellos ni a sus compañeros.

### Trabajo en clase por parejas

Se recomienda trabajar en clase con dos alumnos por ordenador. Es importante acostumbrarse desde el principio que uno de los alumnos esté bien colocado enfrente del ordenador. Sus funciones son:

- d) Escribir en el teclado.
- e) Utilizar el ratón.
- f) Hacer todo cuanto le ordene su compañero.

El otro alumno se sienta a su izquierda para no molestarle en el uso del ratón. Sus funciones son:

- c) Leer las actividades del cuadernillo.
- d) Comprobar que su compañero hace correctamente los ejercicios en pantalla.

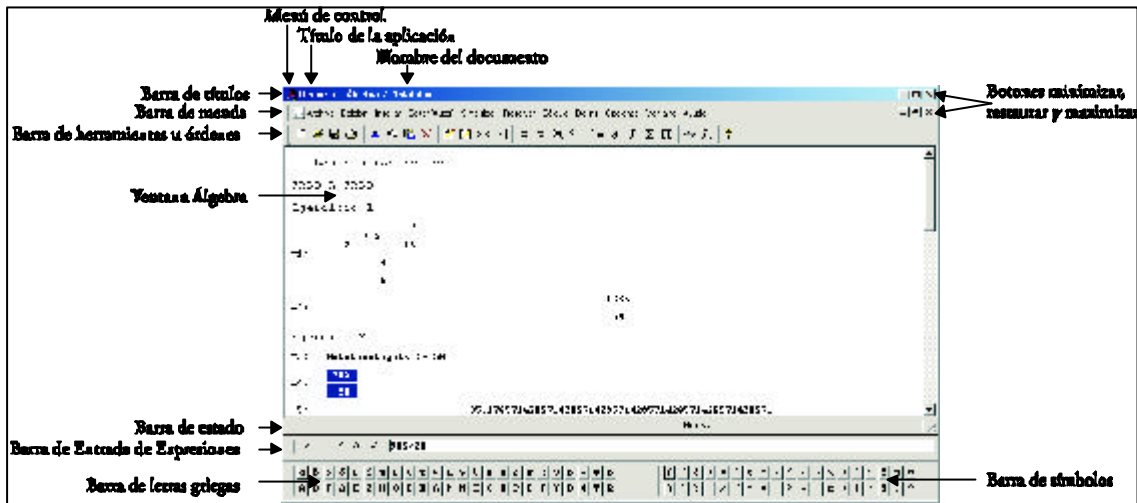
Cada actividad o dos actividades los alumnos se cambian de silla y de funciones.

### Forma de hacer las actividades


Las actividades de cada tema se harán en el siguiente orden:

- ✍ Primero las actividades que están en el **PASO A PASO**
- ✍ Segundo leer el **ASÍ FUNCIONA**
- ✍ Por último, hacer las actividades del **PRACTICA**


#### DERIVE: nombres de los objetos




Cada documento de cada tema debe empezar con una primera línea en la que aparecerá el **número** y el **título del tema**, en la segunda línea se escribe **PASO A PASO**, en la tercera línea se escribe **Ejercicio 1**, luego hacer el ejercicio, escribir **Ejercicio 2**, hacerlo, etc., hasta llegar al **PRACTICA**, etc.

Para escribir los textos como los que aparecen en las tres primeras líneas se elige en la barra de herramientas u órdenes  **Insertar Texto**.

Para introducir las expresiones matemáticas se escriben en la **Barra de Entrada de Expresiones**.

Si se quiere borrar una línea tanto de texto como de expresión se selecciona con el ratón y se elige en la barra de herramientas  **Borrar Objetos**.

Los textos que se escriben en  **Insertar Texto** como son siempre los mismos, Título, PASO A PASO, Ejercicio n°, ....., PRACTICA, Ejercicio n°, ....., no lo indicaremos cuando se describan la forma de hacer los ejercicios.

El documento de cada tema debe aparecer tal como se indica en la ventana superior.

#### Ajustar la configuración de DERIVE

Cuando se trabaja con DERIVE y se modifican las opciones que tiene por defecto, éstas se conservan hasta que se vuelvan a cambiar. Es aconsejable que cuando se empieza a trabajar y se abre el Derive, éste funcione como se instala por primera vez, para ello en la barra de menús se elige:

**Definir/Restablecer todas las Preferencias**

# Anexo 5: Matemáticas 1° de Bachillerato

## Ciencias de la Naturaleza de la Salud y Tecnológico



## Índice

Matemáticas con Nuevas Tecnologías..... 2

### BLOQUE I: Aritmética y Álgebra

1. Los números reales (Derive)..... 4  
2. Álgebra (Derive)..... 6

### BLOQUE II: Geometría

3. Razones trigonométricas (Cabri) ..... 8  
4. Resolución de triángulos (Cabri) ..... 12  
5. Geometría analítica (Cabri) ..... 16  
6. Lugares geométricos y cónicas (Cabri) y (Derive) ..... 20  
7. Los números complejos (Derive)..... 24

### BLOQUE III: Funciones

8. Funciones (Derive) ..... 26  
9. Continuidad, límites y asíntotas (Derive) ..... 28  
10. Cálculo de derivadas (Derive) ..... 30  
11. Aplicaciones de las derivadas (Derive) ..... 32  
12. Integrales (Derive) ..... 34

### BLOQUE IV: Estadística



13. Estadística bidimensional (Excel) ..... 36  
14. Distribución binomial y normal (Excel) ..... 38

### BLOQUE V: Anexos

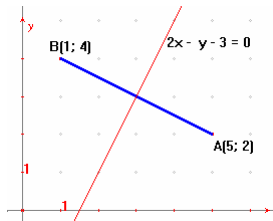
Anexo 1 Derive ..... 44  
Anexo 2 Cabri ..... 47  
Anexo 3 Excel ..... 50  
Anexo 4 Calculadora ..... 53  
Anexo 5 Internet ..... 60







PASO A PASO

- Elige en la barra de menús **Ayuda**, en la parte inferior aparece la descripción de cada orden. Déjala siempre activa.
- Elige en la barra de menús **Opciones/Mostrar atributos**. Déjalos siempre visibles.
- Elige en la barra de herramientas **Dibujo**  **Mostrar ejes** y arrastra el origen de coordenadas al centro de la pantalla.
- Elige en la barra de herramientas **Dibujo**  **Definir cuadrícula** y haz *click* en una de las divisiones de los ejes.
- Elige en la barra de menús **Opciones/Preferencias...**, haz *click* en la ficha *Sistema de coordenadas* y *ecuaciones* en los cuadros de texto **Recta** y **Circunferencia** elige la forma general.

- Traza el segmento que tiene por extremos los puntos A(5, 2) y B(1, 4). Dibuja y halla la mediatriz.



Solución:

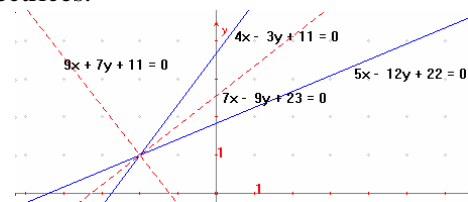
- Elige **Rectas**  **Segmento** y haz *click* en los extremos.
- Elige **Medir**  **Ecuación y coordenadas**, haz *click* en un extremo y escribe la letra delante.
- Elige **Construir**  **Mediatriz** y haz *click* en cualquier parte del segmento.
- Elige **Medir**  **Ecuación y coordenadas**, haz *click* en cualquier punto de la mediatriz.
- Guárdalo como **Mediatriz**

Geometría dinámica: interactividad

- Arrastra uno de los extremos del segmento, verás como cambia la mediatriz y su ecuación.

- Dibuja las rectas:  
 $r : 5x - 12y + 22 = 0$   
 $s : 4x - 3y + 11 = 0$

Sabiendo que la *r* pasa por los puntos A(-2, 1) y B(10, 6) y la *s* pasa por los puntos A(-2, 1) y C(1, 5). Dibuja y halla sus bisectrices.



Solución:

- Dibuja las dos rectas y halla sus ecuaciones.
- Para dibujar una bisectriz haz *click* en un punto de la recta *r*, otro *click* en el punto de intersección de *r* y *s* y un tercer *click* en otro punto de la recta *s*. Dibuja la otra bisectriz.
- Halla la ecuación de ambas bisectrices.
- Guárdalo como **Bisectrices**

Geometría dinámica: interactividad

- Arrastra una de las rectas, verás como cambia la bisectriz y su ecuación.

**PRACTICA**

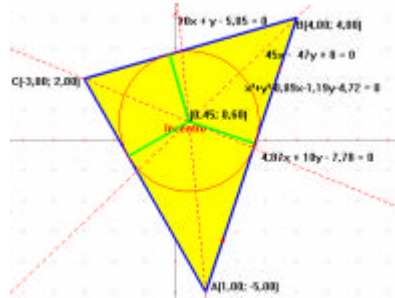
3. Dibuja el triángulo que tiene como vértices los puntos A(7, - 1), B(4, 8) y C(- 1, 3). Halla las mediatrices de sus lados, sus ecuaciones, el circuncentro, la circunferencia circunscrita y su ecuación. Guárdalo como **Circuncentro**



**Geometría dinámica: interactividad**

Arrastra un vértice del triángulo y observa los resultados.

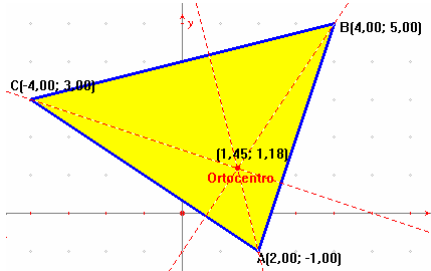
4. Dibuja el triángulo que tiene como vértices los puntos A(1, - 5), B(4, 4) y C(- 3, 2). Halla las bisectrices de sus ángulos, sus ecuaciones, el incentro, la circunferencia inscrita y su ecuación. Guárdalo como **Incentro**



**Geometría dinámica: interactividad**

Arrastra un vértice del triángulo y observa los resultados.

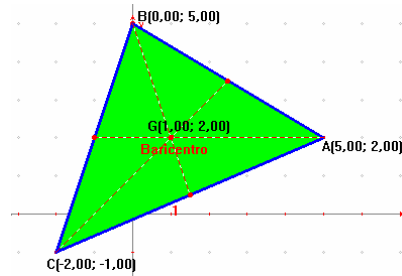
5. Dibuja el triángulo que tiene como vértices los puntos A(2, - 1), B(4, 5) y C(- 4, 3). Halla las alturas, sus ecuaciones, el ortocentro. Guárdalo como **Ortocentro**



**Geometría dinámica: interactividad**

Arrastra un vértice del triángulo y observa los resultados.

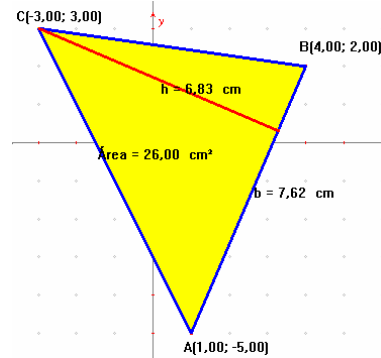
6. Dibuja el triángulo que tiene como vértices los puntos A(5, 2), B(0, 5) y C(- 2, - 1). Halla las medianas y el baricentro. Guárdalo como **Baricentro**



**Geometría dinámica: interactividad**

Arrastra un vértice del triángulo y observa los resultados.

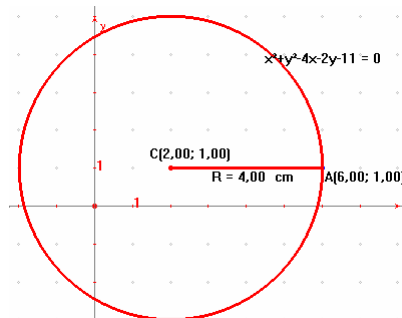
7. Dibuja el triángulo que tiene como vértices los puntos A(1, - 5), B(4, 2) y C(- 3, 3). Halla el área del triángulo. Dibuja la altura y mídela, mide también la base. Guárdalo como **Área**



**Geometría dinámica: interactividad**

Arrastra un vértice del triángulo y observa los resultados.

8. Dibuja la circunferencia que tiene el centro en el origen de coordenadas y de radio, R = 4. Halla su ecuación. Guárdalo como **Circunferencia**



**Geometría dinámica: interactividad**

- a) Arrastra el punto A que has utilizado para dibujarla y observa los resultados.  
 b) Arrastra el centro C y observa los resultados.

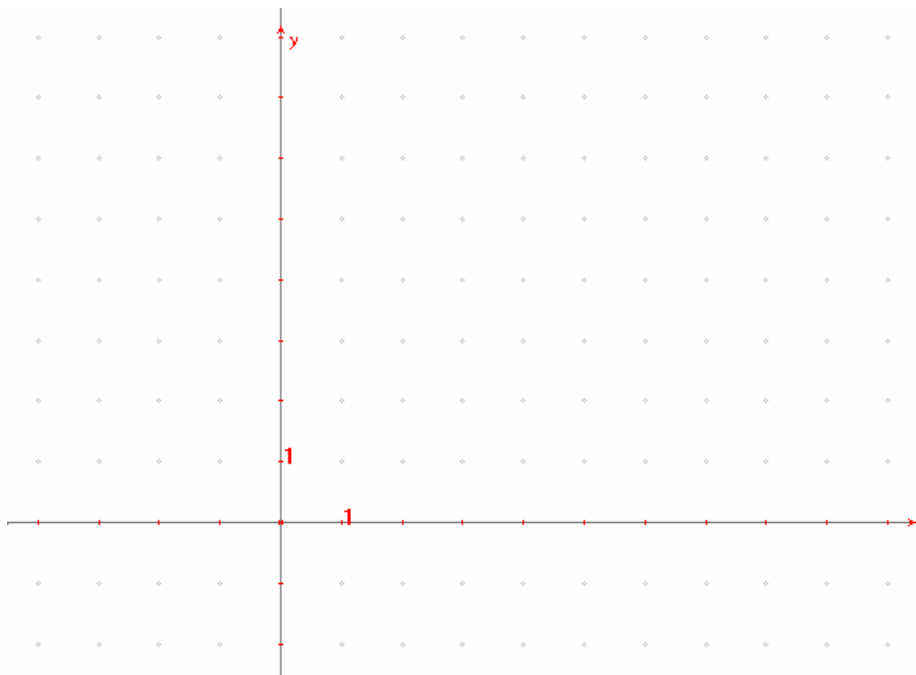
Matemáticas 1º Bachillerato CNS y T			
Apellidos:		Nº de lista:	
Nombre:		Grupo:	
		Calificación:	

## Examen de Matemáticas con Cabri

### Prueba del tema 6. Lugares geométricos y cónicas

#### 1. Ejercicio (Puntuación: 10 puntos)

Halla el circuncentro del triángulo que tiene los vértices en los puntos:  $A(6, -1)$ ,  $B(3, 8)$  y  $C(-2, 3)$ . Calcula también la ecuación de la circunferencia circunscrita.

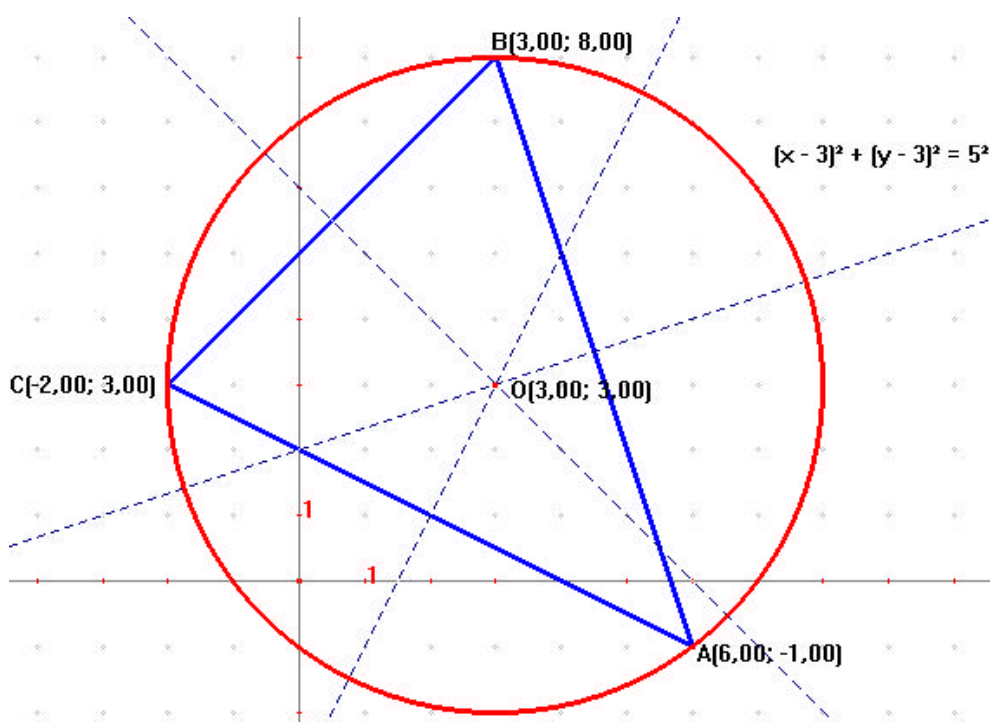


# Examen de Matemáticas con Cabri

## Prueba del tema 6. Lugares geométricos (Soluciones)

### 1. Ejercicio (Puntuación: 10 puntos)

Halla el circuncentro del triángulo que tiene los vértices en los puntos: A(6, - 1), B(3, 8) y C(- 2, 3). Calcula también la ecuación de la circunferencia circunscrita.



# Anexo 6

## Matemáticas 1º de Bachillerato Ciencias Sociales



### Índice

Matemáticas con Nuevas Tecnologías ..... 2

#### **BLOQUE I: Aritmética y Álgebra**

1. Los números reales (Derive).....	4
2. Matemática financiera (Derive).....	6
3. Ecuaciones e inecuaciones (Derive) .....	8
4. Polinomios (Derive).....	10
5. Sistemas de ecuaciones (Derive).....	12

#### **BLOQUE II: Funciones**

6. Funciones (Derive) .....	14
7. Funciones algebraicas y trascendentes (Derive) .....	16
8. Continuidad, límites y asíntotas (Derive) .....	18
9. Cálculo de derivadas (Derive) .....	20
10. Aplicaciones de las derivadas (Derive) .....	22

#### **BLOQUE III: Estadística**

11. Estadística Unidimensional (Excel) .....	24
12. Estadística bidimensional (Excel) .....	28
13. Distribución binomial (Excel) .....	30
14. Distribución normal (Excel) .....	32

#### **BLOQUE IV: Anexos**

Anexo 1 Derive .....	36
Anexo 2 Excel .....	39
Anexo 3 Calculadora .....	42
Anexo 4 Internet .....	47

### PASO A PASO

Opciones de la barra de herramientas formato que se utilizarán



**Negrita.**



**Combinar y centrar.**



**Aumentar decimales.**



**Disminuir decimales.**



**Bordes**



**Color de relleno.**



**Color de fuente.**

Siempre que haya **decimales** se deben redondear a dos utilizando **Disminuir decimales.**

45. Calcula el centro de gravedad, las desviaciones típicas marginales, la covarianza y el coeficiente de correlación de la siguiente distribución de pesos y estaturas:

X	70	65	85	60	70	75	90	80	60	70
Y	175	160	180	155	165	180	185	175	160	170

Representa la nube de puntos y calcula la recta de regresión de y sobre x

Solución:

Abre **Microsoft Excel** y en libro nuevo en la **Hoja1** copia los datos iniciales que hay en la tabla siguiente.

Para autoajustar el ancho de una columna al contenido se coloca el ratón en la cabecera de las columnas entre la columna que se desea autoajustar y la siguiente, cuando el cursor se transforma en se hace *double clic*.

Observa que el rango B15:C15 está combinado y lo mismo el B16:C16

	A	B	C
1	Relación Peso-Altura		
2		Peso (kg)	Altura (cm)
3		70	175
4		65	160
5		85	180
6		60	155
7		70	165
8		75	180
9		90	185
10		80	175
11		60	160
12		70	170
13	Centro de gravedad		
14	Desviaciones típicas marginales		
15	Covarianza		
16	Coeficiente de correlación		
17	Predecir resultados		
18	Buscar objetivo...		

#### Centro de gravedad

- Sitúa el cursor en la celda B13 y elige **Insertar función.**
- En el cuadro de texto **O seleccionar una categoría** elige **Estadísticas.**
- Busca la función **PROMEDIO** y en el rango selecciona B3:B12, debes obtener: 72,5
- Arrastra el **Controlador de relleno** de la celda B13 hasta C13, debes obtener: 170,5

#### Desviaciones típicas marginales

- Sitúa el cursor en la celda B14, busca la función **DESVESTP** y en el rango selecciona B3:B12, debes obtener: 9,55
- Arrastra el **Controlador de relleno** de la celda B14 hasta C14, debes obtener: 9,60

#### Covarianza

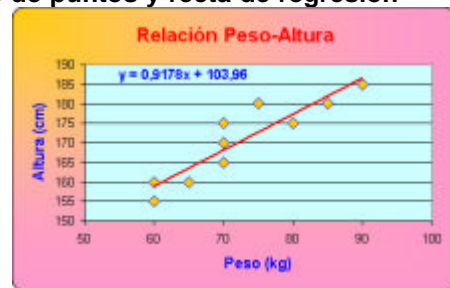
- Sitúa el cursor en la celda B15, busca la función **COVAR**, en **Matriz1** selecciona el rango

de datos B3:B12 y en **Matriz2** el rango de datos C3:C12, debes obtener: 83,75

#### Coeficiente de correlación

- Sitúa el cursor en la celda B16, busca la función **COEF.DE.CORREL**, en **Matriz1** selecciona el rango de datos B3:B12 y en **Matriz2** el rango de datos C3:C12, debes obtener: 0,91


#### Nube de puntos y recta de regresión

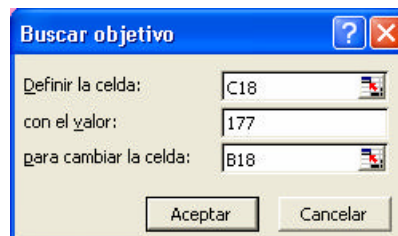



- Selecciona con el ratón el rango de los datos, B3:C12
- Haz clic en **Asistente para gráficos.**
- Paso 1 de 4: tipo de gráfico:** XY (Dispersión). **Subtipo de gráfico:** Dispersión. Compara pares de valores.
- Paso 2 de 4: datos de origen.** Los datos ya están seleccionados.
- Paso 3 de 4: opciones de gráfico.** Rellena la ficha *Títulos* y desactiva en la ficha *Leyenda* **Mostrar leyenda.**
- Paso 4 de 4: ubicación del gráfico.** Elige **Como objeto en:** Hoja1.
- Selecciona los puntos del gráfico haciendo clic sobre uno de ellos. En su menú *Contextual* elige **Agregar línea de tendencia...**; en la ficha *Tipo* elige **Lineal**; y en la ficha *Opciones* activa la casilla **Presentar ecuación en el gráfico.**
- Selecciona el **Eje de valores (Y).** En el menú *Contextual* elige **Formato de ejes...** y en la ficha *Escala*, en **Mínimo**, escribe **150**
- Selecciona el **Eje de valores (X).** En el menú *Contextual* elige **Formato de ejes...** y en la ficha *Escala*, en **Mínimo**, escribe **50**
- Mejora la presentación del gráfico para que te quede como el del libro.

#### Predecir resultados

- ? Una persona pesa 95 cm. ¿Cuánto medirá?
- En la celda B17 escribe 95
  - En la celda C17 introduce la fórmula =0,9178\*B17 + 103,96. Debes obtener 191,15

- ? Una persona mide 177 cm kg. ¿Cuánto pesará?
- a) Arrastra el  **Controlador de lleno** de la celda C17 hasta C18
- b) En la barra de menús elige **Herramientas/Buscar objetivo....** En la ventana que aparece, escribe en **Definir celda:** C18, **con el valor:** 177, **para cambiar la celda:** B18. Debes obtener 79,58



- h) Cuando hayas terminado elige  **Guardar** y guárdalo en tu carpeta con el nombre **Bidimensional**

## ASÍ FUNCIONA

---

### Resolución de problemas de estadística bidimensional

Para resolver un problema de estadística bidimensional, se cambian los datos en la misma **Hoja1** y el resto serán pequeñas modificaciones. Las fórmulas sirven las mismas.

### Insertar filas o columnas

Se selecciona la fila o columna y en el menú *Contextual* se elige **Insertar**, la fila o columna se inserta delante de la que se ha seleccionado. Cuando se inserta una fila de datos, debemos insertarla antes de la última.

### Eliminar filas o columnas

Se seleccionan y en el menú *Contextual* se elige **Eliminar**.

### Funciones de estadística bidimensional utilizadas

**PROMEDIO:** media o media aritmética.

**DESVESTP:** desviación típica

**COVAR:** covarianza

**COEF.DE.CORREL:** coeficiente de correlación

## PRACTICA

---

46. Calcula el centro de gravedad, las desviaciones típicas marginales, la covarianza y el coeficiente de correlación de la siguiente distribución:

Cilindrada (cm <sup>3</sup> )	Velocidad (km/h)
1000	125
1200	130
1400	140
1600	145
1600	150
1800	170
2000	190
2000	195

Representa la nube de puntos y calcula la recta de regresión de y sobre x

Predecir resultados

- ? Un coche tiene de cilindrada 1900 cm<sup>3</sup> ¿Qué velocidad máxima tendrá?
- ? Un coche tiene una velocidad máxima de 150 km/h. ¿Qué cilindrada tendrá?

47. Calcula el centro de gravedad, las desviaciones típicas marginales, la covarianza y el coeficiente de correlación de la siguiente distribución:

X	2	4	5	6	7	9	10
Y	70	90	110	150	170	190	210

Representa la nube de puntos y calcula la recta de regresión de y sobre x

Predecir resultados

- ? Un coche tiene de cilindrada 1900 cm<sup>3</sup> ¿Qué velocidad máxima tendrá?
- ? Un coche tiene una velocidad máxima de 150 km/h. ¿Qué cilindrada tendrá?

48. Calcula el centro de gravedad, las desviaciones típicas marginales, la covarianza y el coeficiente de correlación de la siguiente distribución:

X	18	19	20	18	22	21
Y	790	800	805	795	820	810

- ? Un día hace 23 °C de media ¿Qué presión habrá?
- ? Para una presión de 900 mm. ¿Qué temperatura habrá?

Matemáticas 1º Bachillerato de Ciencias Naturales y de la Salud y Tecnológico			
Apellidos:		Nº de lista:	
Nombre:		Grupo:	
		Calificación:	

## Examen de Matemáticas con Excel

(20 minutos)

### Prueba del tema 12. Estadística bidimensional

#### 1. Problema (Puntuación: 10 puntos)

Después de tomar una bebida alcohólica, se ha medido la concentración de alcohol en sangre en distintos momentos y se han obtenido los siguientes resultados:

<b>Tiempo (minutos)</b>	30	60	90	120	150	180
<b>Concentración en sangre(dg/litro)</b>	16	17	15	11	7	2

Se pide:

- Representa los datos en una nube de puntos.
- El centro de gravedad.
- Las desviaciones típicas marginales.
- La covarianza.
- El coeficiente de correlación de Pearson e interprétalo.
- La recta de regresión de la concentración sobre el tiempo.
- Estima la concentración de alcohol que habrá a los 100 minutos y valora si la estimación es aceptable.
- Si la concentración máxima de alcohol en la sangre que permite la ley para conducir es de 5 dg/l, ¿cuánto tiempo habrá que esperar en este caso para conducir sin infringir la ley?

**Solución:**

	A	B	C
1	<b>Concentración de alcohol en sangre</b>		
2		<b>Tiempo (min)</b>	<b>Concentración (dg/litro)</b>
3		30	16
4		60	17
5		90	15
6		120	11
7		150	7
8		180	2
9	Centro de gravedad		
10	Desviaciones típicas marginales		
11	Covarianza		
12	Coeficiente de correlación		
13	Predecir resultados		
14	Buscar objetivo...		





# Examen de Matemáticas con Excel

## Prueba del tema 12. Estadística bidimensional (Soluciones)

### 1. Problema (Puntuación: 10 puntos)

Después de tomar una bebida alcohólica, se ha medido la concentración de alcohol en sangre en distintos momentos y se han obtenido los siguientes resultados:

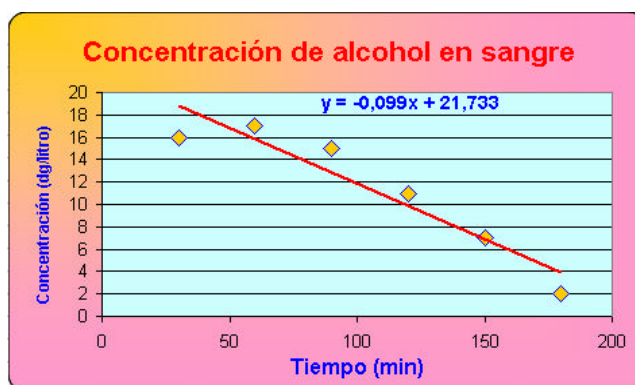
<b>Tiempo (minutos)</b>	30	60	90	120	150	180
<b>Concentración en sangre(dg/litro)</b>	16	17	15	11	7	2

Se pide:

- Representa los datos en una nube de puntos.
- El centro de gravedad.
- Las desviaciones típicas marginales.
- La covarianza.
- El coeficiente de correlación de Pearson e interprétalo.
- La recta de regresión de la concentración sobre el tiempo.
- Estima la concentración de alcohol que habrá a los 100 minutos y valora si la estimación es aceptable.
- Si la concentración máxima de alcohol en la sangre que permite la ley para conducir es de 5 dg/l, ¿cuánto tiempo habrá que esperar en este caso para conducir sin infringir la ley?

**Solución:**

	A	B	C
1	<b>Concentración de alcohol en sangre</b>		
2		<b>Tiempo (min)</b>	<b>Concentración (dg/litro)</b>
3		30	16
4		60	17
5		90	15
6		120	11
7		150	7
8		180	2
9	Centro de gravedad	105	11,33
10	Desviaciones típicas marginales	51,23	5,37
11	Covarianza		-260
12	Coefficiente de correlación		-0,94
13	Predecir resultados	100	11,83
14	Buscar objetivo...	169,02	5,00




# Anexo 7: Configuración NetMeeting

## 1.1. Iniciar NetMeeting

- a) Se inicia el programa eligiéndolo en:

**Inicio/Programas/Accesorios/Comunicaciones**

En el caso de no aparecer según se acaba de indicar:

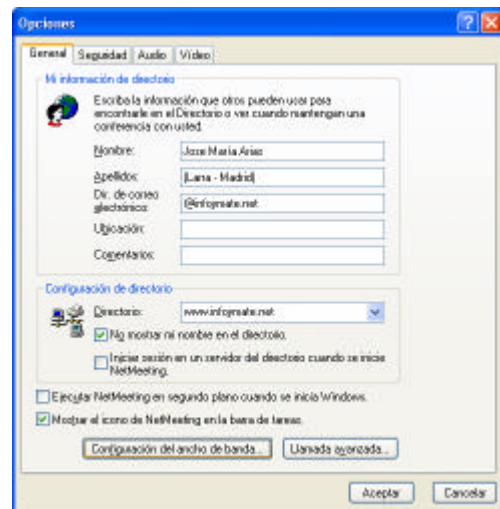
- a) Se abre el **Explorador de Windows**
- b) Se abre la carpeta **C:\Archivos de programa\NetMeeting**
- c) Se arranca haciendo *doble-clic* sobre el icono  **conf.exe**

En el caso de no aparecer según se acaba de indicar:

- a) Se hace *clic* en la barra de herramientas en el botón **Inicio**
- b) Se elige **Buscar** y se busca el programa **NetMeeting** que se llama **conf.exe**
- c) Se arranca haciendo *doble-clic* sobre el icono correspondiente.

## 1.2. Configuración de NetMeeting

- a) En la barra de menús de **NetMeeting** se elige **Herramientas/Opciones...**
- b) En la ficha *General* se modifica la configuración para que quede como se indica en la siguiente ventana:
- c) En **Nombre** se escribe el nombre y el primer apellido.
- d) En **Apellidos** se escribe entre paréntesis el nombre del centro educativo, solo una palabra, un guión y la provincia.  
(En el caso de haber dos personas en el mismo ordenador, pondrán en **Nombre** solo el nombre de ambos separados por un guión)
- e) En la **Dirección de correo electrónico** cada uno debe escribir **@infoymate.net**
- f) El resto de opciones se dejan en blanco.
- g) En **Configuración de directorio** se escribe **www.infoymate.net**
- h) Se hace *clic* en el botón **Configuración del ancho de banda...** y se activa el botón correspondiente. En el caso de estar conectado a una red local se debe activar la opción **Red de área local**
- i) Se hace *clic* en el botón **Aceptar** y se cierra el **NetMeeting**



### 1.3. Si es la primera vez que se configura NetMeeting

- a) Se pulsará sucesivamente el botón:
- b) Hasta que aparezca el botón:

### 1.4. Para entrar en la conferencia cuando da error en los datos de invitación

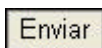
- a) Entra en el portal [www.infoymate.net](http://www.infoymate.net) y elige el enlace **restringido** y haz *click* en el botón:



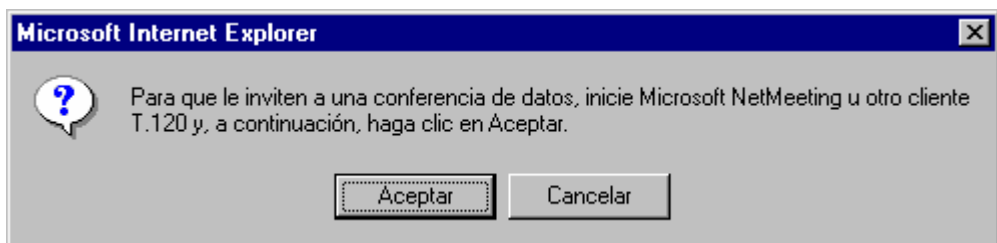
- b) Aparece una ventana de título **Lista de conferencias**
- c) Elige en la parte inferior la conferencia:

#### Proyecto Matemáticas TICS 2003-04

- d) En la ventana **Se requiere una contraseña**, escribe **ZZZZZ** y haz *click* en el botón:



- e) Aparece una ventana de **Microsoft Internet Explorer**, con el texto:



- f) Abrir **NetMeeting** y configurarlo si hace falta.
- g) Volver al mensaje anterior y hacer *click* en **Aceptar**.
- h) Aparece un mensaje de **Error** en los datos de la invitación a la conferencia y en la penúltima línea hay un número con el nombre **Id. de conferencia**. Seleccionar y copiar este número
- i) En **NetMeeting** hacer *click* sobre el icono **Llamar** (Dibujo de un teléfono)
- j) Aparece una ventana **Llamar**. En **Para:** escribir [www.infoymate.net](http://www.infoymate.net) y hacer *click* en el botón **Llamar**.
- k) Aparece una ventana **NetMeeting** donde se pide seleccionar el nombre de la conferencia. En la primera línea se pega el número **Id. de conferencia** que hemos copiado anteriormente y se hace *click* en el botón **Aceptar**.
- l) Aparece una ventana **Escriba su contraseña**. Escribir en **Contraseña** la contraseña de la conferencia que es **ZZZZZ** y **Aceptar**.
- m) Aparecerá la ventana del **NetMeeting** con la conexión realizada y ya podemos participar.

## Anexo 8: Conferencia

Se utilizará la conferencia para resolver dudas, las dudas se plantearán en el siguiente orden:

- a) Derive
- b) Cabri
- c) Excel
- d) Organización

Se ruega por parte de los participantes no abrir programas para compartir, pues se ralentiza todo el sistema demasiado debido a la poca velocidad de las diferentes líneas telefónicas.

La conferencia estará abierta hasta finales de curso, de forma que, se puede utilizar por parte de dos o más participantes cualquier día, a cualquier hora, siempre que se pongan de acuerdo antes.

### 2.1. Entrar

- a) Entra en el portal [www.infoymate.net](http://www.infoymate.net) y elige el enlace **ZZZZZ**, haz *clic* en la parte inferior en la zona restringida, la clave es **ZZZZZ** y haz *clic* en el botón:

**Conferencia**

- b) Aparece una ventana de título **Lista de conferencias**

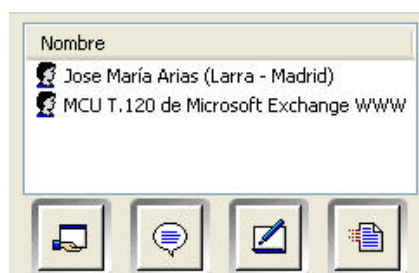
- c) Elige en la parte inferior la conferencia:

**Proyecto Matemáticas TICS 2003-04**





- d) En la ventana **Se requiere una contraseña**, escribe **ZZZZZ** y haz *clic* en el botón:

Enviar

- e) Se espera un poco y aparece la ventana de **Microsoft Exchange**, en el cuadro de diálogo aparecerá tu nombre, el centro y la provincia:



- f) A su derecha están las cuatro opciones siguientes que explican como se hace y para que sirven:

	<b>Compartir una aplicación.</b> En primer lugar, inicie la aplicación. A continuación, haga <i>click</i> en este botón y seleccione la aplicación en el cuadro de diálogo. Si desea permitir que otro participante en la reunión controle la aplicación, haga <i>click</i> en <b>Permitir control</b> .
	<b>Charla.</b> Haga <i>click</i> para charlar con otros participantes.
	<b>Dibujar en una pizarra.</b> Haga <i>click</i> para abrir una pizarra, que los participantes pueden utilizar para realizar bocetos o compartir gráficos.
	<b>Enviar un archivo.</b> Haga <i>click</i> para enviar un archivo a uno o más participantes.

## 2.2. Conversar

- a) Haz *click* en la opción:



- b) Modifica la ventana para que sea estrecha y alta, de 1/3 del ancho de la pantalla, colócala en la parte derecha.  
c) Escribe en el cuadro de texto **Mensaje:** el texto correspondiente.



- d) Para exponerlo haz *click* en: **Enviar mensaje**

## Terminar la conferencia

- a) Para terminar la conferencia cierra la ventana **Conversación** haciendo *click* en el icono superior derecho:



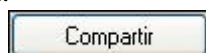
- b) Aparece una ventana que da la posibilidad de guardar el contenido de la **Conferencia** en un archivo **HTML**. Se puede recuperar entrando en la carpeta en la que lo hayas guardado y haciendo *doble-click* sobre él.  
c) Para terminar se cierra la ventana **Microsoft Exchange**.

## 2.3. Compartir aplicaciones

- a) Ejecuta el programa que deseas compartir, por ejemplo **Cabri**, no se debe maximizar.  
b) Haz *click* en la ventana de **Microsoft Exchange** en la opción:



- c) En la ventana **Compartir**, en el cuadro de diálogo **Compartir programas** selecciona el programa y activa el botón:



- d) A cada participante se le abre una ventana que contiene la ejecución del programa y verá lo que vaya haciendo el que tiene el control.

### Cesión del control

- a) El control del programa lo puede pedir cualquier participante. Para ello, el que tiene el control, en la ventana **Compartir** tiene que activar el botón:



- b) El participante que quiere tomar el control debe elegir en la barra de menús de la ventana en la que se encuentra el programa compartido la opción **Compartir/Pedir control**.
- c) Al que tiene que dar el control le sale un mensaje con dos botones:



- d) Debe elegir **Aceptar**.
- e) Para quitarle el control basta que el que lo ha dado haga un *clic* con el ratón.

## Anexo 9: Correo y debates

### 3.1. Entrar

- a) Entra en el portal [www.infoymate.net](http://www.infoymate.net) y elige el enlace **ZZZZZ**, haz *clik* en la parte inferior en la zona restringida, la clave es **ZZZZZ** y haz *clik* en el botón:




**Correo y Debates**

- a) Aparece una ventana de usuario en la que debes introducir tu nombre de **Usuario** y **Contraseña**



En la barra de la izquierda haz *clik* sobre la opción **Carpetas**. Aparecen dos carpetas generales, la primera con el nombre de tu centro que es el **correo privado** que contiene varias subcarpetas y la segunda de nombre **Carpetas públicas** que contiene tantas subcarpetas como debates se encuentren activos.

### 3.2. Correo privado

- a) Su funcionamiento es análogo a cualquier correo, en concreto **Microsoft Outlook** integrado en un navegador.
- b) Se debe tener siempre activa la opción de visualización del mensaje seleccionado, para lo cual, haz *clik* sobre el icono  **Mostrar u ocultar el panel de vista previa**
- c) Para ver un mensaje, selecciónalo de la lista y su contenido aparece en la parte inferior de la ventana.
- d) Para crear un correo nuevo selecciona el icono  **Nuevo**, busca el destinatario seleccionando **Para** y en la ventana **Buscar nombre - Diálogo Web** en el cuadro de texto **Departamento** escribe **ZZZZZ** y haz *clik* sobre el botón **Buscar**, selecciona el destinatario y haz *clik* sobre el botón de la parte inferior **Para**, cierra la ventana, escribe el mensaje y haz *clik* sobre  **Enviar**, si es necesario puedes adjuntar un fichero, por ejemplo para subir las notas de las evaluaciones.

### 3.3 Debates

- a) Para entrar en un debate, en la columna de la izquierda despliega **Carpetas públicas**, encontrarás cuatro carpetas para debatir: **Cabri**, **Derive**, **Excel** y **Organización**.
- b) Se debe tener siempre activa la opción **Ver: Por tema de conversación** para que las intervenciones aparezcan ordenadas.
- c) Puedes ver las distintas intervenciones de los componentes seleccionando cada una de ellos.
- d) Para escribir una nueva intervención selecciona **Nuevo**, rellena el campo **Asunto** con el motivo de la intervención y escribe el contenido de la misma en la parte inferior. Tienes la opción de añadir un fichero a través del botón **Datos adjuntos**.
- e) Para responder a alguna de las intervenciones haz *doble clic* sobre la misma y elige **Exponer respuesta**, rellenando la contestación a la misma.
- f) Para subir las notas despliega la carpeta **ZZZZZ** y selecciona de la lista tu centro.

## Anexo 10: Carné de calculista

En el portal de **informática y matemáticas** en Internet de dirección [www.infoymate.net/carne](http://www.infoymate.net/carne) encontrarás en el enlace Carné el carné del calculista y en el enlace Cálculo un programa para repasar las tablas.

### Nuestra metodología

Nuestra metodología consiste en potenciar el cálculo mental, adquirir soltura en el cálculo manual mientras la sociedad lo exija y enseñar a utilizar las diversas herramientas con las que se van a encontrar los y las jóvenes cuando pasen al mundo laboral, como pueden ser: **calculadora, Derive, Cabri, Excel, Internet**, etc.

### Carné del calculista

Es un instrumento para motivar a los alumnos en el cálculo mental. El carné de calculista le da derecho a utilizar la calculadora en clase y en los exámenes (la calculadora se la debemos enseñar a utilizar a todo el alumnado, no solo a los que tengan el carné de calculista). Cada mes hacemos un nuevo examen de repesca para los que no lo han obtenido.



El **carné de calculista** es un carné que le entregamos a los alumnos cuando ya saben operar con soltura, para obtenerlo tienen que hacer totalmente bien las siguientes cuentas:

1. Una suma con decimales.
2. Una resta con decimales.
3. Una división entera con la prueba de multiplicar.
4. Una operación con fracciones sin paréntesis.
5. Una operación con fracciones y con paréntesis.

Las cuentas se las pondremos a los alumnos en la parte superior del examen y en línea para que ellos coloquen los números.

Ejemplo:

1. Suma:  $23,456 + 7,8 + 0,45$
2. Resta:  $840,35 - 93,783$
3. Haz la siguiente división entera con la prueba  $49352 : 72$
4. Efectúa:  $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{4} ? \frac{5}{3} : \frac{2}{7}$
5. Efectúa:  $\frac{4}{3} \cdot \frac{?9}{?4} ? \frac{5}{6} ?$

También encontrarás un modelo de carné en **Word** en que puedes descargar y modificar el nombre del alumno o alumna, la fecha de expedición, el nombre del colegio, la comunidad y el nombre del profesor o profesora para que te sirva para tu alumnado. Los textos que hay que modificar están en **Cuadros de texto**.

En un mismo documento de **Word** puedes hacer varios carnés duplicando y luego imprimirlos en color.

Una vez impresos se los damos a los alumnos, ellos se encargan de recortarlos, pegar la foto, poner una parte por delante, la otra por detrás y plastificarlo.



# Anexo 11: Calculadora



Aconsejamos:  
Casio fx-82MS

## Qué calculadora utilizar

Utiliza la calculadora que tengas. En caso de que la tengas que comprar, busca una que te sirva para la ESO y el Bachillerato.

Si vas a comprarla, comprueba:

1. **Que sea científica.** Calcula  $2 + 3 \times 4$  tiene que dar 14

**2** **+** **3** **?** **4** **=** **14**

2. **En la raíz cuadrada** primero se tiene que teclear la raíz cuadrada y después el número.

**?** **25** **=** **5**

3. **Que tenga fracciones.** Tiene que tener la tecla **ab/c**, para configurarla con fracciones impropias directamente pulsa:

**MODE** **(DISP)** **1** **(d/c)** **2**

4. **Que use la coma como notación decimal.** Para configurarla tecla:

**MODE** **(DISP)** **1** **↵** **(Comma)** **2**

5. **Que tenga estadística bidimensional.** Para ello comprueba que tiene los dos símbolos de las medias aritméticas marginales, para comprobarlo tienes que pulsar en la calculadora:

**MODE** **(REG)** **3** **(Lin)** **1** **S-VAR** **↵** **↵**

## Calculadoras gráficas o programables

No aconsejamos su compra porque son caras y tanto para dibujar gráficas como para programar hay mejores opciones como son los ordenadores. Por ejemplo, para representar funciones se puede usar el Derive y para programar, cualquier lenguaje de programación. De hecho, la mayor parte de los alumnos tienen ordenador y casi ninguno tiene calculadora gráfica o programable.

## 2. Opciones de las teclas

Cada tecla puede tener asociadas una, dos o tres funciones.

- ? La 1ª función es la que está escrita en la misma tecla y se obtiene pulsando la tecla.
- ? La 2ª opción suele estar escrita en amarillo al lado de la tecla en la parte superior, se obtiene pulsando primero la tecla amarilla **SHIFT**
- ? La 3ª opción suele estar escrita en rojo al lado de la tecla, se obtiene pulsando primero la tecla roja **ALPHA**
- ? También suele haber una 4ª opción en color azul. Para que funcione, se tiene que poner la calculadora en el modo correspondiente, por ejemplo en modo estadística. Se obtiene pulsando directamente la tecla. Otras funciones estadísticas se obtiene pulsando la tecla **RCL**

## 3. Teclas especiales

### a) Teclas de movimiento del cursor:

Son dos teclas que se mueven adelante y atrás de las operaciones escritas. Son muy útiles para corregir datos en una operación.

Una vez efectuada una operación, la tecla de ir atrás copia en pantalla los datos de la operación anterior.

### b) Tecla **DEL**

Borra uno a uno los caracteres de la operación escrita.

### c) Tecla **AC**

Borra todo el contenido de la pantalla.

**d) Tecla Ins**

Se utiliza para insertar caracteres dentro de una operación escrita.

**e) Tecla Ans**

Es la abreviatura de *answer* que significa respuesta o contestación. Escribe en pantalla el resultado de la operación anterior. A veces es muy útil para seguir operando.

**f) Tecla MODE**

Se utiliza para elegir el modo en la que trabaja la calculadora.

Los más importantes son:

**Fix** para redondear y **Norm** para quitar el redondeo.

**Deg** para grados sexagesimales y **Rad** para radianes.

**SD** para estadística unidimensional.

**REG/Lin** para estadística bidimensional (Regresión lineal).

**Notación**

En la Unión europea se utiliza en matemáticas como notación decimal la coma y como separador de miles, millones, etc. medio espacio en blanco. Las calculadoras utilizan el punto decimal y no se dejan los espacios entre miles, etc.

**Ejemplo:** 5 346,27 sería en la calculadora: 534627

**4. Operaciones con paréntesis**

Se introducen en el mismo orden que están escritas, incluyendo los paréntesis.

$$5 + 7(9 - 3)$$

5	+	7	?	(	9	-	3	)	=	47
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

**5. Fracciones (minuta poner forma de tecla en ab/c y en d/c)**

Tiene la tecla ab/c y en la misma tecla tiene como segunda opción d/c que convierte los números mixtos en fracción impropia, se utiliza esta opción cuando la fracción es mayor que la unidad.

**Ejemplo**

Introduce la fracción 7/4

7	ab/c	4	=	<span style="background-color: yellow;">7 ▾ 4</span>
---	------	---	---	--

**Paso de fracción a decimal y viceversa**

Se introduce la fracción o el número decimal y se pulsa la tecla ab/c. Si se pulsa reiteradamente se convierte la fracción en decimal y viceversa.

**Ejemplo**

Convierte el número decimal 0,75 en fracción y pulsa varias veces la tecla ab/c

0.75	=	ab/c	<span style="background-color: yellow;">3 ▾ 4</span>	ab/c	0.75	ab/c	<span style="background-color: yellow;">3 ▾ 4</span>
------	---	------	--	------	------	------	--

**Simplificar**

$$\frac{18}{24} ? \frac{3}{4}$$

18	ab/c	24	=	<span style="background-color: yellow;">3 ▾ 4</span>
----	------	----	---	--

**Sumas y restas**

$$\frac{5}{3} ? \frac{7}{2} ? 5 ? \frac{19}{6}$$

5	ab/c	3	-	7	ab/c	2	+	5	=	<span style="background-color: yellow;">19 ▾ 6</span>
---	------	---	---	---	------	---	---	---	---	---

## Multiplicación

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} ? \frac{3}{10}$$

2	ab/c	5	?	3	ab/c	4	=	3	↓	10
---	------	---	---	---	------	---	---	---	---	----

## División

$$\frac{3}{5} : \frac{6}{7} ? \frac{7}{10}$$

3	ab/c	5	?	6	ab/c	7	=	7	↓	10
---	------	---	---	---	------	---	---	---	---	----

## Operaciones combinadas

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} ? 2 \cdot \frac{7}{6} ? \frac{1}{3}$$

2	ab/c	3	?	(	3	ab/c	4	-	2	)	+	7	ab/c	6	=	1	↓	3
---	------	---	---	---	---	------	---	---	---	---	---	---	------	---	---	---	---	---

## 6. Redondeo

Se elige **MODE Fix** y se pulsa el número de decimales que se quiere redondear. Aparece en pantalla **Fix**. Para volver al modo normal, **MODE Norm**, desaparece de la pantalla **Fix**

**Ejemplo:** redondea a dos decimales el cociente 26/3

MODE	Fix	2	26	÷	3	=	8.67
------	-----	---	----	---	---	---	------

Para eliminar el modo redondeo se utiliza

MODE	Norm
------	------

## 7. Notación científica

**Ejemplo**  $3,41 \cdot 10^6$

3.41	EXP	6	=	3410000
------	-----	---	---	---------

**Ejemplo**  $5,3 \cdot 10^{-2}$

5.3	EXP	-	2	=	0.053
-----	-----	---	---	---	-------

**Ejemplo**  $3,75 \cdot 10^6 : (2,5 \cdot 10^{-5})$

3.75	EXP	6	÷	2.5	EXP	-	5	=	1.5	<sup>11</sup>
------	-----	---	---	-----	-----	---	---	---	-----	---------------

## 8. Potencias

$x^2$  Cuadrado.  $7,5^2$

7.5	x <sup>2</sup>	=	56.25
-----	----------------	---	-------

$x^3$  Cubo.  $2,6^3$

2.6	x <sup>3</sup>	=	17.576
-----	----------------	---	--------

$x^y$  Calcula x elevado a y  $7^5$

7	xy	5	=	16807
---	----	---	---	-------

## 9. Raíces

$\sqrt{\quad}$  Raíz cuadrada.  $\sqrt{56,25}$

?	√	56.25	=	7.5
---	---	-------	---	-----

$\sqrt[3]{\quad}$  Raíz cúbica.  $\sqrt[3]{17,576}$

?	√	17.576	=	2.6
---	---	--------	---	-----

$\sqrt[x]{\quad}$  o  $x^{1/y}$  Raíz n-ésima  $\sqrt[5]{23}$

5	√	23	=	1.87
---	---	----	---	------

En el caso de no tener el signo radical se tiene que pasar la raíz a potencia y utilizar la tecla  $x^y$

### 10. Los números $\pi$ , $e$ , $\phi$

El número  $\pi$  es el cociente entre la longitud de una circunferencia y su diámetro.

$$\pi = 3.141592654$$

El número  $e$  es la base de los logaritmos neperianos y es el valor del límite:  $e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$

$$e^x \quad 1 = 2.718281828$$

El número  $\phi$  es el número áureo o de oro:  $\phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

$$\left( 1 + \sqrt{5} \right) \div 2 = 1.618033989$$

### 11. Logaritmos

Las calculadoras tienen las teclas  $\log$  para el logaritmo decimal y  $\ln$  para el logaritmo neperiano.

#### Ejemplo

Calcula:  $\log 527,25$  y  $\ln 36,482$

$$\log 527.25 = 2.722016588$$

$$\ln 36.482 = 3.59681898$$

#### Fórmula del cambio de base de logaritmos

$$\log_a p = \frac{\log p}{\log a}$$

#### Ejemplo

Calcula:  $\log_3 29$       $\log_3 29 = \frac{\log 29}{\log 3} \approx 3,0650$

$$\log 29 \div \log 3 = 3.06504475$$

### 12. Trigonometría

#### a) Paso de grados a radianes y viceversa

Paso de grados a radianes	Paso de radianes a grados
<b>Ejemplo</b> Pasa el ángulo $84^\circ$ a radianes. $84^\circ \cdot \frac{\pi \text{ rad}}{180^\circ} = 1,4661 \text{ rad}$	<b>Ejemplo</b> Pasa el ángulo $1,5 \text{ rad}$ a grados. $1,5 \text{ rad} \cdot \frac{180^\circ}{\pi \text{ rad}} = 85^\circ 56' 37''$
$84 \div 180 = 1.4661$	$1.5 \cdot 180 \div \pi = 85^\circ 56' 37''$

#### b) Seno, coseno y tangente

Para obtener el seno, el coseno y la tangente de un ángulo se utilizan las teclas:

$$\sin \quad \cos \quad \tan$$

#### Ejemplo

Halla  $\sin 35^\circ 24' 30''$  redondeando el resultado a cuatro cifras decimales.

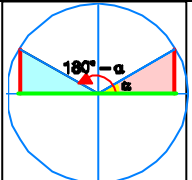
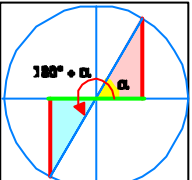
$$\sin 35^\circ 24' 30'' = 0.5794$$

**c) Hallar el ángulo conocido el seno, coseno o tangente en cualquier cuadrante**

Para obtener el ángulo cuando se conoce el seno, el coseno o la tangente, se utilizan las teclas:

$$\boxed{\sin^{-1}} \quad \boxed{\cos^{-1}} \quad \boxed{\tan^{-1}}$$

Se calcula el ángulo prescindiendo del signo en el 1º cuadrante y se pasa al cuadrante correspondiente.

Paso del 2º cuadrante al 1º: ángulos suplementarios	1º Cuadrante	
$\sin(180^\circ - ?) = \sin ?$ $\cos(180^\circ - ?) = -\cos ?$ $\text{tg}(180^\circ - ?) = -\text{tg} ?$		$\sin ?$ $\cos ?$ $\text{tg} ?$
$\cos ? = -0,85$ y ? está en el 2º cuadrante $\boxed{\cos^{-1}} \quad \boxed{0,85} \quad \boxed{=} \quad \boxed{180} \quad \boxed{-}$ $\boxed{\text{Ans}} \quad \boxed{=} \quad \boxed{^\circ \text{ ' } ''} \quad \boxed{148^\circ 12' 42''}$	$\sin ? = 0,5555$ y ? está en el 1º cuadrante $\boxed{\sin^{-1}} \quad \boxed{0,5555} \quad \boxed{=} \quad \boxed{^\circ \text{ ' } ''} \quad \boxed{33^\circ 44' 43''}$	
Paso del 3º cuadrante al 1º: ángulos que se diferencian en 180º	Paso del 4º cuadrante al 1º: ángulos opuestos	
$\sin(180^\circ + ?) = -\sin ?$ $\cos(180^\circ + ?) = -\cos ?$ $\text{tg}(180^\circ + ?) = \text{tg} ?$		$\sin(360^\circ - ?) = -\sin ?$ $\cos(360^\circ - ?) = \cos ?$ $\text{tg}(360^\circ - ?) = -\text{tg} ?$
$\text{tg} ? = 1,7$ y ? está en el 3º cuadrante $\boxed{\tan^{-1}} \quad \boxed{1,7} \quad \boxed{=} \quad \boxed{180} \quad \boxed{+}$ $\boxed{\text{Ans}} \quad \boxed{=} \quad \boxed{^\circ \text{ ' } ''} \quad \boxed{239^\circ 32' 4''}$	$\sin ? = -0,65$ y ? está en el 4º cuadrante $\boxed{\sin^{-1}} \quad \boxed{0,65} \quad \boxed{=} \quad \boxed{360} \quad \boxed{-}$ $\boxed{\text{Ans}} \quad \boxed{=} \quad \boxed{^\circ \text{ ' } ''} \quad \boxed{299^\circ 32' 29''}$	

**13. Resolución de triángulos**

**a) Teorema de los senos**

? **Cálculo de un lado**

$$\frac{a}{\sin 65^\circ} = \frac{7,5}{\sin 77^\circ} \quad ? \quad a = \frac{7,5 \sin 65^\circ}{\sin 77^\circ} \quad ? \quad a = 6,98 \text{ cm}$$

$$\boxed{7,5} \quad \boxed{?} \quad \boxed{\sin} \quad \boxed{65} \quad \boxed{?} \quad \boxed{\sin} \quad \boxed{77} \quad \boxed{=} \quad \boxed{6,98}$$

? **Cálculo de un ángulo**

$$\frac{5,1}{\sin 52^\circ} = \frac{6,4}{\sin B} \quad ? \quad \sin B = \frac{6,4 \sin 52^\circ}{5,1} \quad ? \quad B_1 = 81^\circ 26' 46''$$

$$\boxed{\sin^{-1}} \quad \boxed{(} \quad \boxed{6,4} \quad \boxed{?} \quad \boxed{\sin} \quad \boxed{52} \quad \boxed{?} \quad \boxed{5,1} \quad \boxed{)} \quad \boxed{=} \quad \boxed{^\circ \text{ ' } ''} \quad \boxed{81^\circ 26' 46''}$$

$$\boxed{180} \quad \boxed{-} \quad \boxed{\text{Ans}} \quad \boxed{=} \quad \boxed{^\circ \text{ ' } ''} \quad \boxed{98^\circ 33' 14''}$$

**b) Teorema del coseno**

? **Cálculo de un lado**

$$c = \sqrt{6,8^2 + 5,3^2 - 2 \cdot 6,8 \cdot 5,3 \cdot \cos 57^\circ} \quad ? \quad c = 5,92 \text{ cm}$$

$$\boxed{?} \quad \boxed{(} \quad \boxed{6,8} \quad \boxed{x^2} \quad \boxed{+} \quad \boxed{5,3} \quad \boxed{x^2} \quad \boxed{-} \quad \boxed{2} \quad \boxed{?} \quad \boxed{6,8} \quad \boxed{?} \quad \boxed{5,3} \quad \boxed{?} \quad \boxed{\cos} \quad \boxed{57} \quad \boxed{)} \quad \boxed{=} \quad \boxed{5,92}$$

? **Cálculo de un ángulo**

$$\cos A = \frac{6,2^2 + 5,4^2 - 7,3^2}{2 \cdot 6,2 \cdot 5,4} \quad ? \quad A = 77^\circ 39' 37''$$

cos <sup>-1</sup>	(	(	6.2	x <sup>2</sup>	+	5.4	x <sup>2</sup>	-	7.3	x <sup>2</sup>	)	?	(	2	?	6.2	?	5.4	)	)	=	° ' "	77° 39' 37''
-------------------	---	---	-----	----------------	---	-----	----------------	---	-----	----------------	---	---	---	---	---	-----	---	-----	---	---	---	-------	--------------

**c) Área del triángulo**

$$\text{Área} = \frac{1}{2} \cdot 7,2 \cdot 5,4 \cdot \sin 75^\circ = 18,78 \text{ cm}^2$$

1	?	2	?	7.2	?	5.4	sin	75	=	18.78
---	---	---	---	-----	---	-----	-----	----	---	-------

**14. Progresiones**

**a) Términos de una progresión aritmética**

Se aplica el sumando constante de la calculadora.

**Ejemplo**

Halla los términos de una progresión aritmética en la que  $a_1 = 3$  y  $d = 4$

Calculadoras nuevas					
3	=	Ans	+	4	= = = ...

Calculadoras antiguas					
4	++	3	=	=	= ...

**b) Términos de una progresión geométrica**

Se aplica el factor constante de la calculadora.

**Ejemplo**

Halla los términos de una progresión geométrica en la que  $a_1 = 5$  y  $r = 2$

Calculadoras nuevas						Calculadoras antiguas						
5	=	Ans	?	2	= = = ...		2	??	5	=	=	= ...

**15. Tanto por ciento**

Si se aplica un 15% de descuento se paga  $100\% - 15\% = 85\% = 0,85$

**Ejemplo**

Una cámara fotográfica cuesta 700 €. Si hacen un descuento del 15%, ¿qué precio se paga por ella?

Si se aplica un 15% de descuento se paga  $100\% - 15\% = 85\% = 0,85$

$$700 \cdot 0,85 = 595 \text{ €}$$

700	?	0.85	=	595
-----	---	------	---	-----

**Ejemplo**

Un televisor cuesta 450 €. Si se aplica un el 16% de IVA, ¿cuánto cuesta?

Si se aplica un 16% de IVA se paga  $100\% + 16\% = 1,16\% = 1,16$

$$450 \cdot 1,16 = 522 \text{ €}$$

450	?	1.16	=	522
-----	---	------	---	-----

## 16. Estadística unidimensional

- Se pone la calculadora en modo SD. Para ello se pulsa la tecla **MODE** y la que indique la calculadora para el modo SD.
- Se borran los datos pulsando **SCl** o **KAC**
- Se escribe cada dato y se pulsa **DT** o **DATA**. Si la frecuencia es mayor que uno, se pulsa después del dato la tecla **;** o la tecla **X** de multiplicar y se escribe la frecuencia.
- Si se introduce un dato erróneo, se puede borrar, escribiendo el número y pulsando la tecla **DEL**
- Se obtiene la media aritmética pulsando la tecla:  $\bar{x}$
- Se obtiene la desviación típica pulsando la tecla:  $x?_n$
- Se obtiene la varianza elevando la desviación típica al cuadrado.
- Cociente de variación:  $x?_n ? \bar{x}$

## 16. Estadística bidimensional

- Se pone la calculadora en modo **REG/Lin**
- Se borran los datos pulsando **SCl** o **KAC**
- Se escribe el primer dato de X, pulsar **,** o  $X_D, Y_D$ , escribir el segundo dato y pulsar **DT** o **DATA**. Si la frecuencia es mayor que uno, se tiene que pulsar antes de la frecuencia la tecla **;**, o bien **?** de multiplicar, como se indica a continuación:

4 , 52 ; 3 DT ...

Se obtienen los resultados:

- Se obtiene las medias marginales pulsando las teclas:  $\bar{x}$ ,  $\bar{y}$
- Se obtiene las desviaciones típicas marginales pulsando las teclas:  $x?_n$ ,  $y?_n$
- Se obtiene la covarianza pulsando las teclas:

? xy ? n -  $\bar{x}$  ×  $\bar{y}$  =

? xy es **RCL** **F**

**n** es **RCL** **C**

- Se obtiene el coeficiente de correlación de Pearson pulsando la tecla: **r**
- Recta de regresión:  $y = Bx + A$ 
  - Se obtiene B pulsando la tecla: **B** amarilla, es decir, con SHIFT
  - Se obtiene A pulsando la tecla: **A** amarilla, es decir, con SHIFT

**17. Distribución binomial**

$$P(x = 4) = \frac{10!}{4!6!} \cdot 2^4 \cdot 0.3^6 \approx 0.23$$

10	nCr	4	?	(	1	?	3	)	x <sup>y</sup>	4	?	(	2	?	3	)	x <sup>y</sup>	6	=	0.23
----	-----	---	---	---	---	---	---	---	----------------	---	---	---	---	---	---	---	----------------	---	---	------

**19. Obtención de números aleatorios**

La calculadora genera un número aleatorio con la tecla **Ran#** comprendido entre 0 y 0,999. Si en una población de N individuos se quiere hacer una selección aleatoria n individuos, se pulsa:

N	?	Ran#	+	1	=	=	=	...
---	---	------	---	---	---	---	---	-----

Lo que se obtiene son números aleatorios, es decir dependen del azar y serán distintos cada vez que se haga el cálculo.

**Ejemplo**

Obtén seis números aleatorios comprendidos entre 1 y 50

MODE	FIX	0
------	-----	---

50	?	Ran#	+	1	=	49	=	3	=	2	=	15	=	33	=	7
----	---	------	---	---	---	----	---	---	---	---	---	----	---	----	---	---



# Anexo 12: Derive

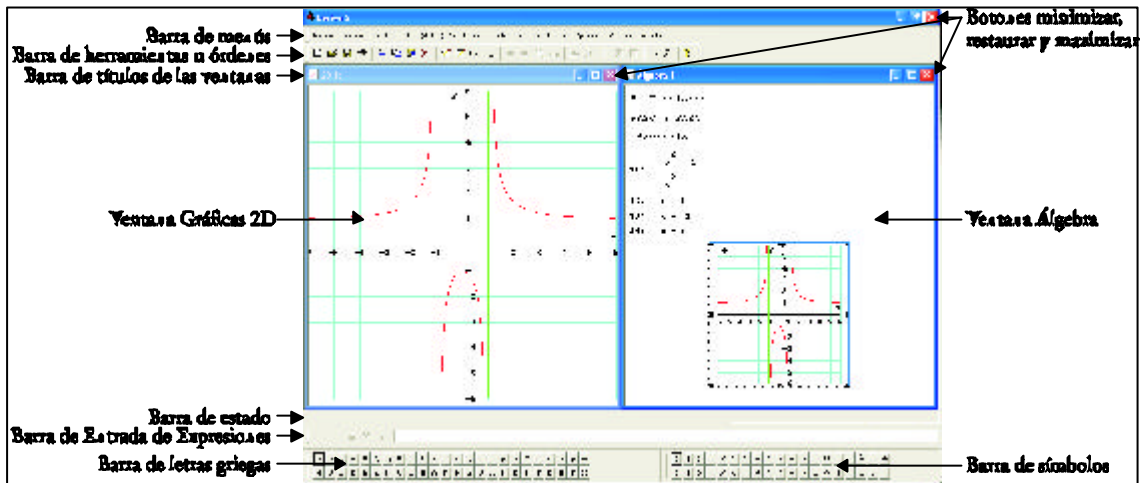
En la siguiente dirección de **Internet** se puede descargar una versión completa para un mes.  
<http://www.upv.es/derive/parche>

## 1. Ajustar la configuración de DERIVE

Cuando se trabaja con DERIVE y se modifican las opciones que tiene por defecto, éstas se conservan hasta que se vuelvan a cambiar. Por ello es bueno, que funcione como se instala por primera vez cuando se empieza a trabajar. Para ello en la barra de menús se elige:

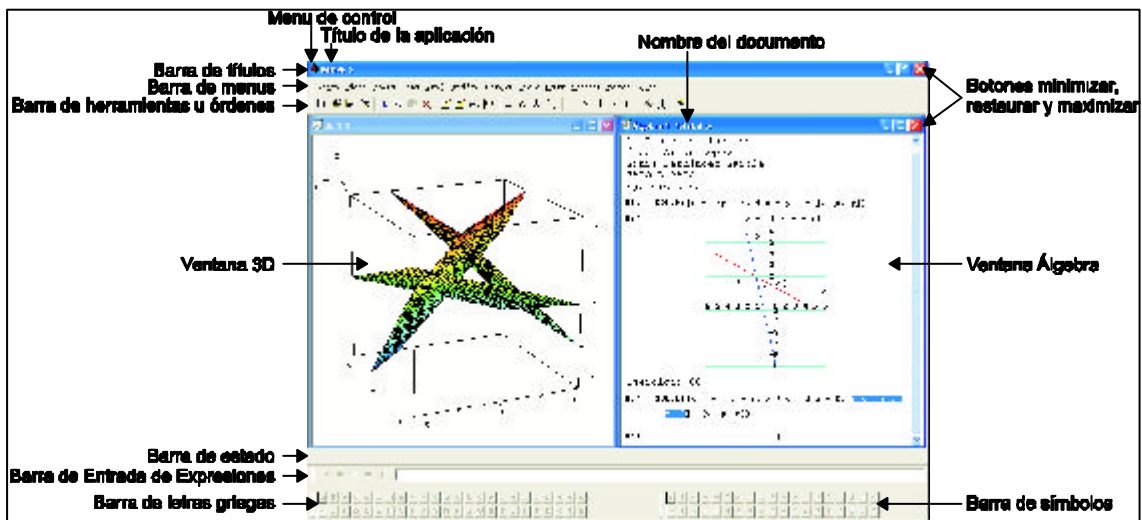
**Definir/Restablecer todas las Preferencias**

## 2. Partes de la ventana



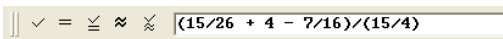
Cuando no se necesita la ventana **Gráficas-2D**, no se abre y se tiene maximizada la ventana **Álgebra**.

## 3. Partes de la ventana 3D



Cuando no se necesita la ventana **3D**, no se abre y se tiene maximizada la ventana **Álgebra**.

#### 4. Opciones de la Entrada de Expresiones



- Introducir Expresión [Intro]
- Simplificar.
- Introducir y Simplificar.
- Aproximar.
- Introducir y Aproximar.

#### 5. Signos especiales de la barra de símbolos

- Signo de potencia, 53 se escribe  $5^3$ , se puede utilizar el del teclado.
- o [Ctrl] [Q] Raíz cuadrada. Si en el radicando hay una operación, hay que escribirlo entre paréntesis. Para hacer una raíz que no sea cuadrada hay que pasarla previamente a potencia.  
 $\sqrt[3]{86^5} = 86^{5/7}$  en DERIVE se escribe  $86^{(5/7)}$
- $\pi$  o [Ctrl] [P] Número  $\pi = 3,141592\dots$
- $\leq$  Menor o igual que
- Disyunción
- $e$  o [Ctrl] [E] Número  $e = 2,71828182$
- $\geq$  Mayor o igual que
- Conjunción
- $i$  o [Ctrl] [I] Unidad imaginaria,  $i$
- Matriz transpuesta
- Infinito, se puede sustituir por las tres primeras letras de infinito, **inf**

#### 6. Operaciones elementales

- + Sumar
- Restar
- ? Multiplicar. También se puede dejar un espacio en blanco, o usar el punto  $\cdot$  que está en la tecla del 3
- / Dividir

#### 7. Operaciones con matrices

- Sumar:  $A + B$
- Multiplicar un número por una matriz:  $2A$
- Restar:  $A - B$
- Multiplicar dos matrices:  $AB$
- Matriz traspuesta:  $A^t$ , se utiliza el acento grave francés. Se puede obtener en el teclado o en la Barra de Símbolos
- Matriz inversa:  $A^{-1}$

#### 8. Funciones utilizadas en toda las ESO y el Bachillerato

- gcd**(a, b, ...) Calcula el M.C.D. de a, b, ...
- lcm**(a, b, ...) Calcula el m.c.m. de a, b, ...
- Se pueden hallar los dos de una vez definiendo una nueva función:  
**m(a, b) := [gcd(a, b), lcm(a, b)]**
- quotient**(a, b) Calcula el cociente de dos polinomios
- remainder**(a, b) Calcula el resto de dos polinomios
- Se pueden hallar los dos de una vez definiendo una nueva función:  
**d(a, b) := [quotient(a, b), remainder(a, b)]**
- ln**(x) Logaritmo neperiano de x
- log**(x, a) Logaritmo de x en base a, incluido el logaritmo decimal, **log**(x, 10)
- re**(z) Parte real del número complejo z
- im**(z) Parte imaginaria del número complejo z
- if**(condición, acción) Condicional

### Funciones trigonométricas

<b>sin x</b>	<b>cos x</b>	<b>tan x</b>	<b>cot x</b>	<b>sec x</b>	<b>csc x</b>
sen x	cos x	tg x	cotg x	sec x	cosec x
<b>asin x</b>	<b>acos x</b>	<b>atan x</b>	<b>acot x</b>	<b>asec x</b>	<b>acsc x</b>
arc sen x	arc cos x	arc tg x	arc cotg x	arc sec x	arc cosec x

Cuando el arco es algo más que **x** hay que ponerlo entre paréntesis, por ejemplo sen 2x se escribe **sin (2x)**

### Potencias de funciones trigonométricas:

sen<sup>2</sup> x o bien (sen x)<sup>2</sup> cuando se escribe en Derive aparece: sen(x)<sup>2</sup>  
sen x<sup>2</sup> se escribe en Derive sin (x^2) y aparece sin(x<sup>2</sup>)

### Funciones especiales

**floor(x)** = Ent(x)    **mod(x)** = Dec(x)    **sign(x)** = signo(x)

### La función chi(a, x, b)

Toma el valor uno dentro del intervalo (a, b) y cero en el exterior. Se utiliza para representar funciones definidas a trozos, **a** puede ser - ? y **b** puede ser + ?

### Funciones de vectores y matrices

<b>[[ x<sub>1</sub>, y<sub>1</sub>, z<sub>1</sub>]]</b>	Módulo de un vector.
<b>det(A)</b>	Calcula el determinante de la matriz cuadrada A
<b>rank(A)</b>	Calcula el rango de una matriz A
<b>append_columns(C, B)</b>	Forma una matriz con las columnas de C y de B
<b>row_reduce(A)</b>	Transforma la matriz en una triangular del mismo rango.
<b>[x<sub>1</sub>, y<sub>1</sub>, z<sub>1</sub>] [x<sub>2</sub>, y<sub>2</sub>, z<sub>2</sub>]</b>	Producto escalar de vectores
<b>cross([x<sub>1</sub>, y<sub>1</sub>, z<sub>1</sub>], [x<sub>2</sub>, y<sub>2</sub>, z<sub>2</sub>])</b>	Producto vectorial de vectores, o bien, se halla el determinante:

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix}$$

**Producto mixto de vectores:** se halla el determinante:

$$\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix}$$

**vector(a(n), n, k)** Genera un vector: **a(n)** es el término general **a<sub>n</sub>** de la sucesión, **n** la variable y **k** el número de términos.

**vector(a(n), n, k<sub>1</sub>, k<sub>2</sub>)** Genera un vector: **a(n)** es el término general **a<sub>n</sub>** de la sucesión, **n** la variable y **k<sub>1</sub>** el primer término y **k<sub>2</sub>** el último.

## 9. Opciones del menú Álgebra utilizadas en toda la ESO y el Bachillerato

### Simplificar

? **Factorizar.../Factorizar:** factoriza números enteros y racionales; polinomios y fracciones algebraicas. Tiene aplicación al cálculo de asíntotas oblicuas en las funciones racionales. y en la integración de funciones racionales.


















? **Expandir.../Expandir:** desarrolla sumas, restas, productos y potencias de números; polinomios y fracciones algebraicas.

**Resolver/Sistema...:** resuelve sistemas de ecuaciones

## Definir

- ? **Preferencias de Salida**
  - o Notación: decimal, mixta, racional y científica
  - o Dígitos: el número de los que se necesiten.
- ? **Preferencias de Simplificación...**
  - o Ángulos: Degree, trabaja en grados sexagesimales.
  - o Rama Compleja: Real, para representar funciones con raíces cúbicas.
- ? **Restablecer todas las Preferencias**

## 10. Opciones de la barra de herramientas u órdenes del menú Álgebra

 Nueva hoja	 Resolver o despejar
 Abrir	 Sustituir variables
 Guardar la hoja	 Calcular un límite
 Imprimir	 Hallar una derivada
 Borrar objetos	 Integrales
 Insertar Texto	 Calcular sumatorios
 Introducir Matriz	 Ventana 2D
 Simplificar	 Ventana 3D
 Aproximar	

**Activar una ventana:** para activar una de las ventanas, ventana **Álgebra**, ventana **2D**, o ventana **3D**, se hace *click* en cualquier punto de su interior, o bien, en su barra de títulos.

## 11. Manejo de expresiones en la ventana Álgebra

Con el ratón se puede seleccionar una expresión y también una subexpresión.

**F3** copia la expresión seleccionada en la barra de **Entrada de Expresiones** o en cualquier cuadro de texto.

**F4** copia igual que **F3**, pero introduce la expresión entre paréntesis.

## 12. Opciones del menú 2D utilizadas

### Archivo

- ? **Incrustar:** incrusta el gráfico en la ventana **Álgebra**.

### Opciones

- ? **Pantalla/Rejilla...**
  - o Mostrar.../Líneas y le se le pone color azul claro.
  - o En Intervalos se escribe en Horizontal: 12 y en Vertical: 12
- ? **Cambio de Color:** cambia automáticamente de color cada gráfica.


**Ventana/Mosaico Vertical:** coloca las ventanas abiertas en forma de mosaico vertical.

## 13. Opciones de la barra de herramientas u órdenes del menú 2D



 Representar Expresión       Borrar la última gráfica

: Zoom

## 14. Preparar las ventanas para representar funciones en la ventana 2D

- a) Se hace *click* en  **Ventana 2D**. Se abre dicha ventana.
- b) Se selecciona en la barra de menús: **Ventana/Mosaico Vertical**
- c) Se escoge en la barra de menús: **Opciones/Pantalla/Rejilla...**
  - o Mostrar.../Líneas color azul claro.
  - o En Intervalos escribe en Horizontal: 12 y en Vertical: 12



### 15. Representar una función en la ventana 2D

- En la barra de **Entrada de Expresiones** se escribe la fórmula. No es necesario escribir  $y =$ , (cuando es una recta vertical, por ejemplo  $x = 3$ , se tiene que escribir la fórmula completa).
- Se pulsa  **Introducir Expresión** y la fórmula pasa a la ventana **Álgebra**.
- Se activa la ventana **2D** y se hace *clic* en  **Representar Expresión**.

### Representar funciones con raíces cúbicas

En las funciones definidas con una raíz cúbica para que Derive dibuje toda la función, se selecciona en la ventana **Álgebra** la opción **Definir/Preferencias de simplificación...**, y se elige en **Rama Compleja: Real**

### Generar y representar una familia de funciones

- Se elige escribe en la **Entrada de Expresiones**:  
 $\text{vector}(f(x) + k, k, -5, 5)$
- Se elige  **Introducir y Simplificar**.
- Se hace *clic* en  **Representar Expresión**.

### Rellenar regiones

Se rellena trozo por trozo. Para cada uno de los trozos se escriben las desigualdades correspondientes a las abscisas y a las ordenadas unidas por el signo de conjunción lógica y que es ?

### 16. Opciones del menú 3D

#### Archivo

? **Incrustar**: incrusta el gráfico en la ventana **Álgebra**.

#### Opciones


? **Pantalla/Rejilla...**


- Mostrar.../Líneas y le se le pone color azul claro.
- En Intervalos se escribe en Horizontal: 12 y en Vertical: 12


? **Cambio de Color**: cambia automáticamente de color cada gráfica.


**Ventana/Mosaico Vertical**: coloca las ventanas abiertas en forma de mosaico vertical.


### 17. Opciones de la barra de herramientas u órdenes del menú 3D

 Representar


 Girar las gráficas

 Borrar la gráfica




 Zoom hacia fuera

 Zoom hacia dentro

### 18. Preparar las ventanas para representar funciones en la ventana 3D

- Se hace *clic* en  **Ventana 3D**
- Se selecciona en la barra de menús: **Ventana/Mosaico Vertical**

### 19. Representar una función en la ventana 3D

- En la barra de **Entrada de Expresiones** se escribe la fórmula.
- Se pulsa  **Introducir Expresión** y la fórmula pasa a la ventana **Álgebra**.
- Se activa la **Ventana 3D** y se hace *clic* en  **Representar**.
- Se hace *clic* en  **Girar las gráficas**.

### **Representar puntos, segmentos, triángulos, ... en 3D**

Para dibujar un punto se introduce una matriz de una fila y tres columnas. Para dibujar un segmento se introduce una matriz de 2 filas y tres columnas y para dibujar un triángulo o un tetraedro, hay que dibujar cada uno de los segmentos que lo componen.

### **Representar rectas en 3D**


Para representar una recta, se pasa a forma paramétrica y se introducen sus coordenadas como si fuese un vector:  $[a_1 + v_1t, a_2 + v_2t, a_3 + v_3t]$

### **Representar curvas**

Se introduce la ecuación en forma paramétrica.

.

### **Representar planos**

Se introduce la ecuación y se hace *click* en  **Representar**.

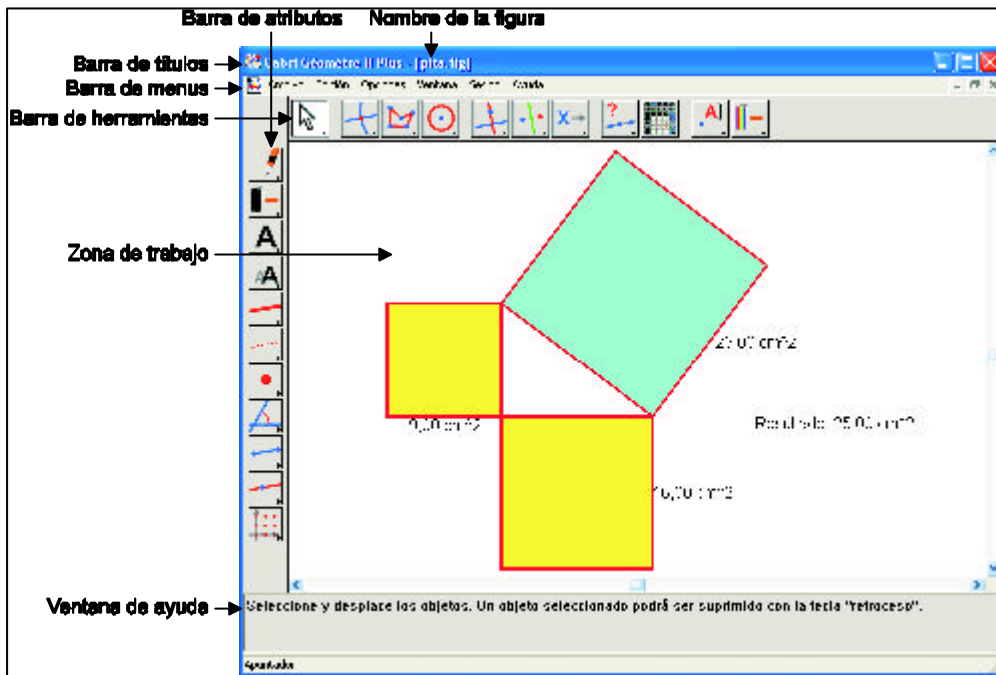
### **Representar superficies**

Se introduce la ecuación, se despeja cada una de las variables y se representa el resultado obtenido.

# Anexo 13: Cabri

## 1. Ventana de Cabri



Se debe tener siempre maximizada. Cada figura la debemos guardar en un archivo, luego, debemos cerrar el documento y abrir uno nuevo para empezar una nueva figura.



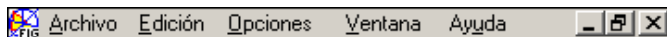
## 2. Empezar a trabajar con Cabri

- d) En la barra de menús debemos elegir **Ayuda/Ayuda**, en la parte inferior aparece la descripción de cada orden que seleccionemos. La debemos dejar siempre activa.
- e) En la barra de menús elegimos **Opciones/Mostrar atributos**. Se muestra la barra de atributos en la parte izquierda, en ella podemos elegir, color de trazo, color de relleno, grosor de línea, tipo de línea, etc.

En **geometría analítica** elige:

- a) En la barra de herramientas **Dibujo**  **Mostrar ejes** y *arrastra* el origen de coordenadas al centro de la pantalla.
- b) En la barra de herramientas **Dibujo**  **Definir cuadrícula** y haz *clic* en uno de los puntos de las divisiones de los ejes.

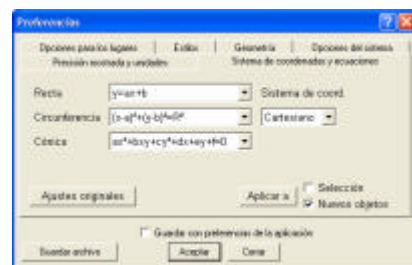
## 3. Barra de menús



Cada una de las opciones tiene otro submenú.

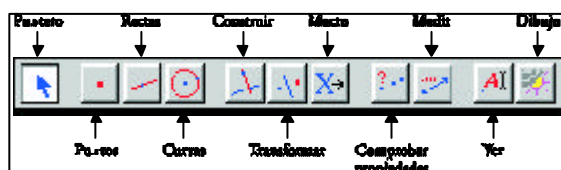
En geometría analítica es muy importante **Opciones/Preferencias**.

En la ficha *Sistemas de coordenadas y ecuaciones* se puede elegir el tipo de ecuaciones.



## 4. Barra de herramientas

Cada una de los iconos tiene varias opciones. Los iconos de esta barra van cambiando, de forma que el icono que se ve es el de la última opción elegida.

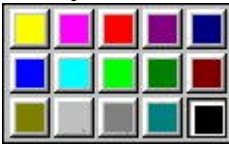


## 5. Paleta de atributos

La paleta de atributos permite modificar el aspecto de los objetos: color, grosor, punteado, etc. Para abrir la paleta de atributos, se elige en la barra de menús **Opciones/Mostrar atributos**. Para crear un objeto con un atributo, se elige primero la herramienta, luego el atributo y se construye el objeto. Para cambiar los atributos de un objeto ya creado, se selecciona el objeto y se elige el atributo.

Las opciones que hay son las siguientes: (Minuta: está en el tema 4 página 22)

### Paleta de colores para la línea y el relleno



### Grosor



### Aspecto de las líneas



### Tipos de puntos



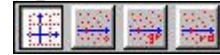
### Marca de ángulos



### Marca de segmentos



### Coordenadas cartesianas y polares



### Aspecto del texto

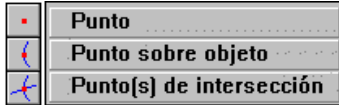


## 6. Menús de la barra de herramientas (Minuta: está en el tema 4 página 21)

### Puntero



### Puntos



### Rectas



### Curvas



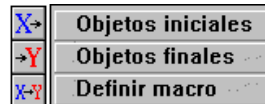
### Construir



### Transformar



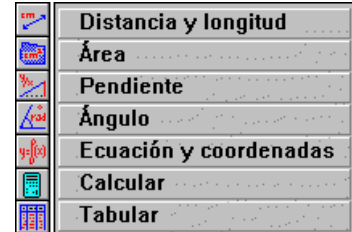
### Macro



### Comprobar propiedades



### Medir



### Ver






### Dibujo





## 7. Selección de objetos

Hay cuatro formas distintas de seleccionar objetos en **CABRI**:

- e) Señalar directamente con el  **Puntero** en el borde del objeto.
- f) Señalar varios objetos. Primero uno con el  **Puntero** y, luego, manteniendo pulsada la tecla [**Mayús.**], se hace *clic* en todos los objetos que se quieran seleccionar.
- g) Recuadro de selección. Con el  **Puntero** se hace *clic* en una parte de la pantalla en la que no haya objetos y se *arrastra* el ratón. Todos los objetos que estén dentro del recuadro quedan seleccionados.
- h) Seleccionar todos los objetos. Se pulsan las teclas [**Ctrl**] [**A**], o bien se elige en el menú **Edición/Seleccionar todo**

**Quitar selección:** se hace *clic* con el  **Puntero** en cualquier parte de la **Ventana de diseño** en la que no haya ningún objeto.

[**Mayús.**]: manteniendo pulsada esta tecla, se consigue:

- d) Seleccionar varios objetos haciendo *clic* sobre cada uno de éstos.
- e) Cuando se dibujan circunferencias, sus radios son números enteros.
- f) Cuando se dibujan segmentos, rectas y semirrectas, su inclinación cambia de 15° en 15°


**Mover objeto:** se selecciona y se *arrastra*. Si un objeto depende de otro, no se puede mover directamente.

**Borrar objetos:** se seleccionan y se pulsa la tecla [**Supr**]

**Borrar todo:** se selecciona todo pulsando las teclas [**Ctrl**] [**A**] y se pulsa la tecla [**Supr**]

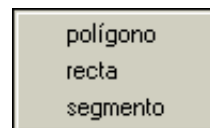
**Deshacer/Rehacer la última acción:** se pulsan las teclas [**Ctrl**] [**Z**] o bien se elige en la barra de menús **Edición/Deshacer Rehacer**

## 8. Punto de intersección de dos objetos

Se elige **Puntos/** **Punto(s) de intersección**, se hace *clic* en los objetos y se marcan los puntos de intersección.

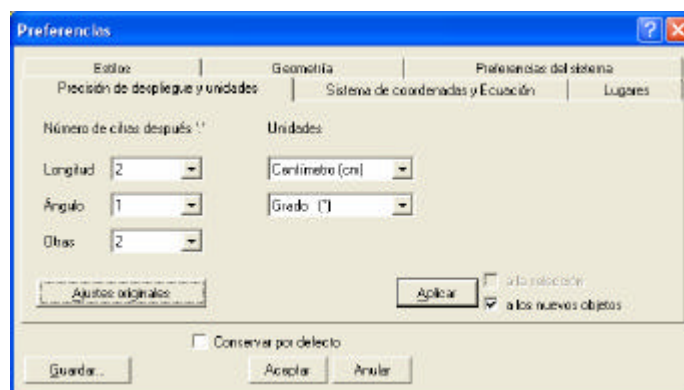
## 9. Objetos superpuestos

Cuando tenemos varios objetos superpuestos y se acerca el puntero del ratón sobre ellos pregunta **¿Qué objeto?** al hacer *clic* se despliega una lista con los objetos ordenados según se construyeron.



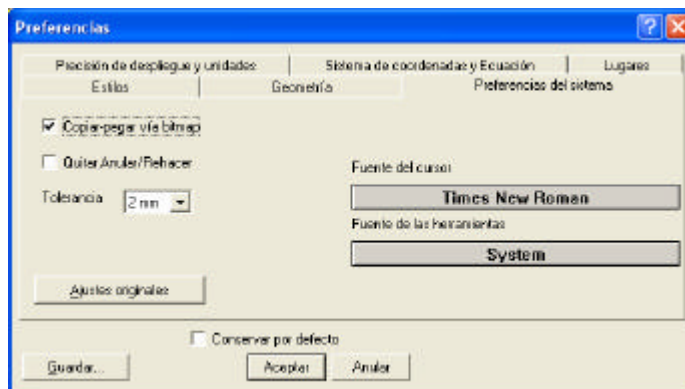
## 10. Unidades y número de decimales

El **Cabri** por defecto trabaja en centímetros (cm) redondeando a dos decimales y en grados (°) redondeando a un decimal. En el resto de operaciones redondea a dos decimales. Le podemos pedir que cambie las unidades de medida y el número de decimales cuando lo necesitemos.



## 11. Copiar imágenes

El **Cabri** permite copiar imágenes para llevarlas a otros programas, por ejemplo al **Word** o a un programa de diseño como **Paint** o **Photoshop**. Para copiarlas se selecciona mediante un cuadro de selección y se pulsa **[Ctrl] [C] Copiar** y en el nuevo programa se elige **[Ctrl] [V] Pegar**. Para copiar un dibujo como *bitmap* debemos elegir en la barra de menús **Opciones/Preferencias...** y en la ficha *Preferencias del sistema* activar la casilla de verificación **Copiar-pegar vía bitmap**



## 12. Barra de atributos

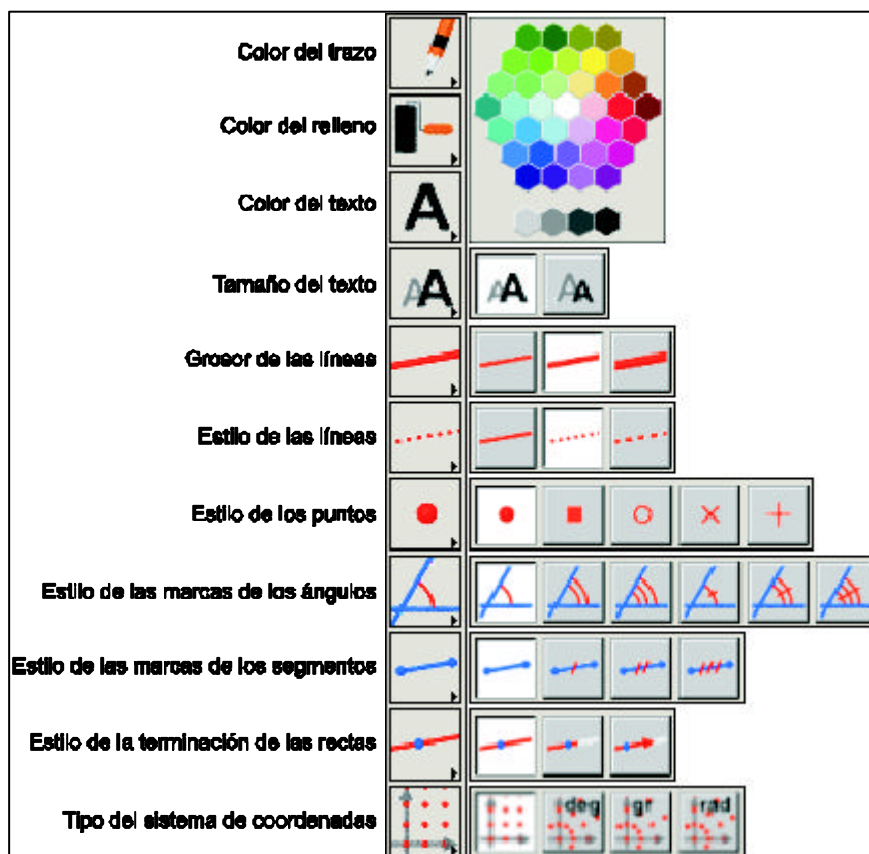
La barra de atributos permite modificar el aspecto de los objetos: color del trazo, color de relleno, color del texto, etc.

Para abrir la barra de atributos, en la barra de menús elegimos **Opciones/Mostrar atributos**.

Para crear un objeto con un atributo, se elige primero la herramienta, luego el atributo y se construye el objeto.

Para cambiar los atributos de un objeto ya creado, se selecciona el objeto y se elige el atributo.

Las opciones de la barra de atributos son:



### 13. Ocultar elementos





A veces es muy cómodo en **Cabri** dibujar un elemento auxiliar y luego ocultarlo.

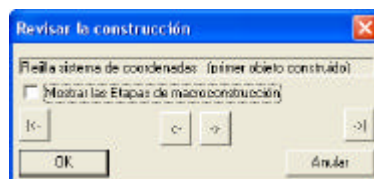
Por ejemplo para dibujar un triángulo rectángulo.

- Se dibuja una recta.
- Se traza una perpendicular.
- Se dibuja el triángulo rectángulo tomando como vértice del ángulo recto el punto de intersección y luego un vértice en cada recta.
- Por último se ocultan las dos rectas.

### 14. Orden en las construcciones y revisión

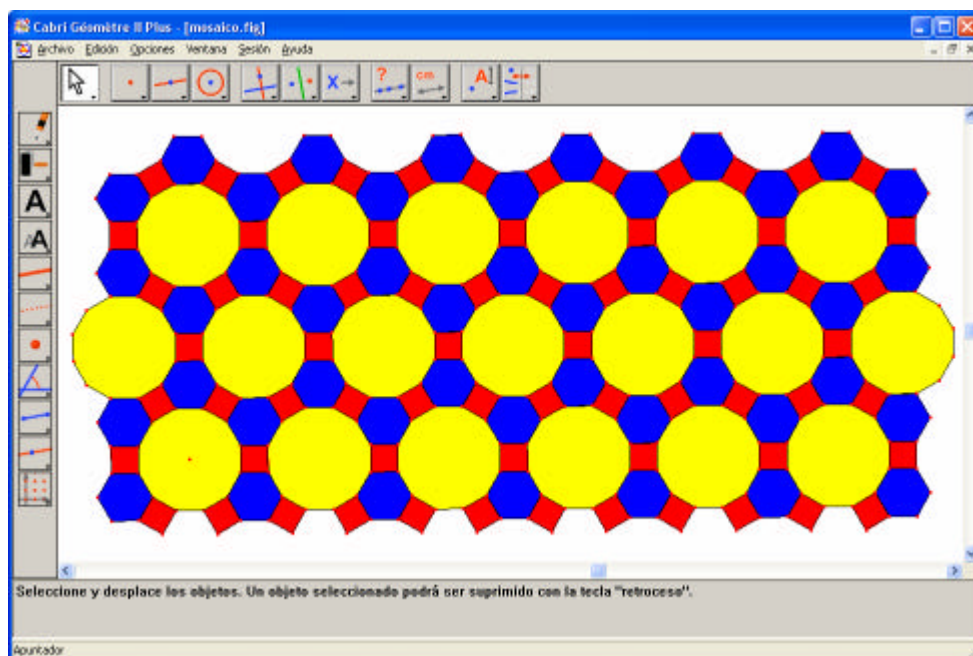
Al construir una figura con **Cabri** se debe prestar atención especial al orden en que se construyen los objetos, ya que cuando un objeto depende de otro, para mover el segundo se debe hacer a través del primero. Así que tendremos elementos independientes que se podrán mover libremente y otros dependientes que para moverlos lo haremos a través de otro.

También se puede revisar una construcción eligiendo en la barra de menús **Edición/revisar la construcción...**, haciendo clic en las teclas (ad) , (at) , (pr)  principio y (fin) .



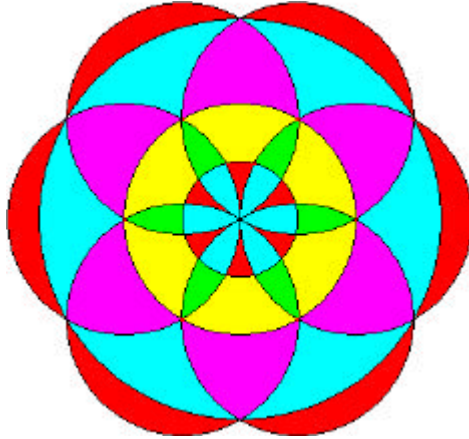
### 15. Mosaicos: mosaico

En **Cabri** se pueden diseñar mosaicos muy bonitos como el siguiente, se dibuja un dodecágono regular y se rellena de amarillo. Sobre uno de los lados se dibuja un cuadrado y se rellena de rojo. Mediante traslaciones utilizando vectores se pueden obtener el resto de dodecágonos y de cuadrados. En uno de los primeros huecos que queda se dibuja un hexágono y se rellena de azul, por traslaciones se consigue el resto. Este mosaico se llama semirregular porque está formado por polígonos regulares, no todos iguales. Este mosaico lo tienes en la carpeta **Cabri/Internet**. El primer **dodecágono** construido es el de la esquina inferior izquierda, si lo *arrastras* puedes hacer más grande o más pequeño todo el mosaico.



## 16. Rosetones: roseton

En **Cabri** se pueden diseñar rosetones con mucha facilidad. Pero estos rosetones no se pueden rellenar, debido a que los trozos comprendidos entre arcos de circunferencias no son figuras propias. Lo que se hace es diseñar las líneas en **Cabri**, luego seleccionarlo mediante un cuadro de selección, copiarlos como *bitmap* (en la barra de menús elige **Opciones/Preferencias...** y en la ficha *Preferencias del sistema* activar la casilla de verificación **Copiar-pegar vía bitmap**) y pegarlos en un programa de diseño como el **Paint** o el **Photoshop** y rellenar los trozos del color deseado.



## Anexo 14: Applet de CabriJava

Un *applet* de **CabriJava** es un dibujo realizado en **Cabri** que se puede insertar en una página *web*. Las grandes ventajas que tienen estos *applets* de **CabriJava** son los siguientes:

- Los dibujos son muy fáciles de hacer con **Cabri**.
- Una vez realizado el dibujo en **Cabri**, se genera el *applets* de **CabriJava** automáticamente.
- Son interactivos, es decir, se puede interactuar sobre ellos, es como si estuviesen vivos.

### 1. Descarga de Internet los ficheros de CabriJava: cabrijava.zip

Para crear y visualizar los *applets* de **CabriJava** necesitas bajar de **Internet** un fichero comprimido en **ZIP**

- Crea en el disco duro una carpeta que se llame **cabriweb**
- Entra en el portal de **Informática y Matemáticas**:

[www.infoymate.net](http://www.infoymate.net)

- Haz *clic* en el enlace:

[CabriJava](#)

- Guarda el fichero **cabrijava.zip** en la carpeta **cabriweb**
- Descomprime el fichero **cabrijava.zip** que acabas de descargar de **Internet** en dicha carpeta **cabriweb**

### 2. Elementos necesarios para crear un applet de CabriJava: elemenota



En la carpeta **cabriweb** se incluirán todos los *applets* de **CabriJava** del sitio *web* y en ella deben estar todos los elementos necesarios.

- ? **CabriWeb.bat** es el archivo que hay que abrir para generar los *applets* de **CabriJava**.
- ? **CabriWeb.jar** es el archivo que crea los *applets* de **CabriJava**
- ? **CabriJava.jar** es el archivo que ejecuta los *applets* de **CabriJava**, debe estar en la carpeta en que estén los *applets* de **CabriJava** para que estos funcionen.

### 3. Crea un Dibujo en Cabri: circ.fig

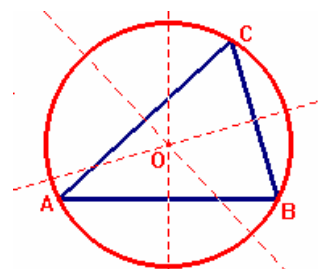
Dibuja un triángulo, las mediatrices y la circunferencia circunscrita.

**Solución:**

- Dibuja un triángulo ABC
- Elige **Construir**/ **Mediatriz** y traza las mediatrices de los tres lados.
- Señala el circuncentro O
- Elige **Curvas**/ **Circunferencia** y traza la circunferencia de centro O y que pase por un vértice.

Geometría dinámica: interactividad

- Arrastra un vértice y observa como se desplaza el circuncentro.
- Coloca el dibujo en el centro de la pantalla y con una buena presentación.
- Guarda el dibujo en la carpeta **cabriweb** con el nombre **circ**
- Cierra el **Cabri**.



#### 4. Preparar la ventana para generar el *applet*: CabriWeb.bat

Arranca y prepara la ventana para crear el *applets* de CabriJava

- a) Mediante el **Explorador de Windows** entra en la carpeta **cabriweb**
- b) Haz *doble-clic* sobre el fichero ejecutable **CabriWeb.bat** para arrancarlo.
- c) En la barra de menús elige **Edit/Language** y selecciona la opción **es** para que aparezca en español.

#### 5. Generar el *applet*: circ.fig? circ.htm

Dado el fichero o dibujo **circ.fig** de **Cabri** conviértelo en un *applet* **circ.htm** de **CabriJava**

- a) Elige en la barra de menús **Archivo/Abrir una figura Cabri o un fichero HTML**, selecciona la figura **circ.fig** y haz *clic* en el botón **Abrir**
- b) *Arrastrando* los bordes de la ventana y las barras laterales de desplazamiento deja una ventana que sea simétrica, y del tamaño que quieras el *applet* de **CabriJava**; conviene que sean pequeños para que sean más rápidos y colocarlos luego dentro de una página *web*. Se aconseja que su tamaño sea, como máximo, un cuarto de toda la pantalla.
- c) Elige **Edición/Color de fondo** y ponle un fondo amarillo claro, o el que más te guste.
- d) Escoge **Edición/Color del borde** y elige un color más oscuro que el del fondo.
- e) Elige **Edición/Ancho del borde** y escoge 2
- f) Puedes añadir más opciones en **Edición** como puede ser la barra de herramientas, etc. Todas estas opciones las puedes modificar luego en cada *applet* de **CabriJava**
- g) Escoge en la barra de menús **Archivo/Seleccionar el archivo CabriJava**, selecciona el archivo **CabriJava.jar** y haz *clic* en el botón **Abrir**
- h) Selecciona en la barra de menús **Archivo/Registrar el fichero HTML**, déjale el mismo nombre, observa que le pone de extensión **htm**, haz *clic* en el botón **Guardar**
- i) Cierra el programa **CabriWeb**

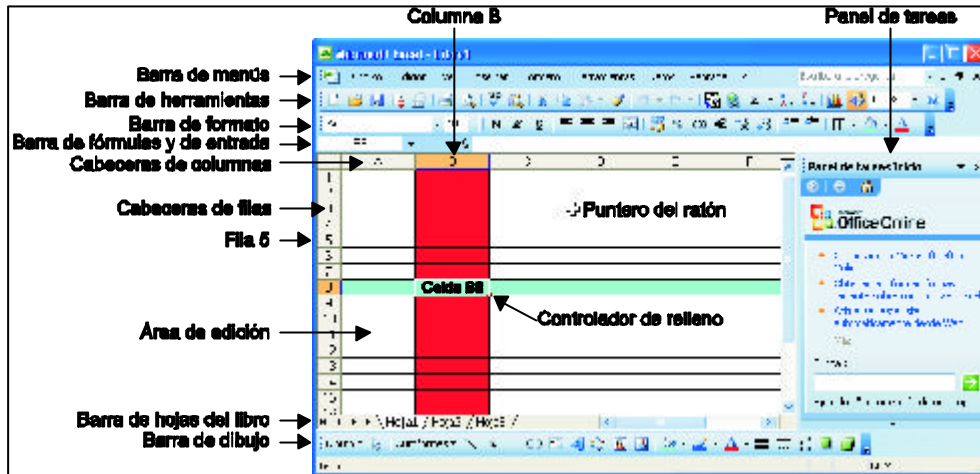
#### 6. Ejecuta el *applet* de CabriJava: circ.htm

Comprueba que el *applet* de **CabriJava** que acabas de crear funciona.

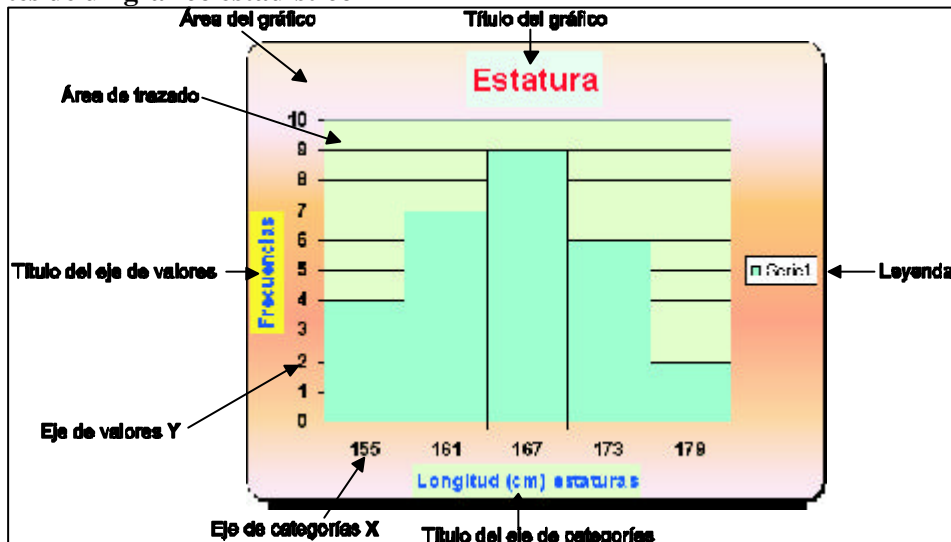
- a) En la carpeta **cabriweb** haz *doble-clic* sobre el *applet* de **CabriJava** que acabas de crear que se llama **circ.htm**, se debe iniciar dentro del navegador **Internet Explorer**.
- b) Comprueba que es interactivo *arrastrando* alguno de los vértices.
- c) Si quieres modificar el encuadre, porque el dibujo no está bien centrado, porque es demasiado grande o demasiado pequeño, o por cambiar los colores u otras opciones. Arranca otra vez el **CabriWeb.bat** y abre el *applet* correspondiente, en este caso es **circ.htm**

# Anexo 15: Excel

## 1. Partes de la ventana



## 2. Partes de un gráfico estadístico



## 3. Funciones utilizadas en estadística

**PROMEDIO:** media o media aritmética.

**DESVESTP:** desviación típica

**COVAR:** covarianza

**COEF.DE.CORREL:** coeficiente de correlación

**DISTR.BINOM:** distribución binomial.

**DISTR.NORM.ESTAND:** distribución normal estándar,  $N(0, 1)$

**DISTR.NORM.ESTAND.INV:** distribución normal estándar inversa.

**DISTR.NORM:** distribución normal,  $N(?, ?)$

**DISTR.NORM.INV:** distribución normal estándar inversa.

**ALEATORIO:** genera un número aleatorio mayor o igual que 0 y menor que 1

**ENTERO:** calcula la parte entera de un número

**CONTAR:** cuenta los números que hay en el rango.

**CONTAR.SI:** cuenta en el rango el número de veces que aparece un número


**INTERVALO.CONFIANZA:** calculada el error máximo admisible en un intervalo de confianza.

**SI:** si es cierta la condición escribe la primera conclusión, si es falsa escribe la segunda.

**Y:** Es la conjunción y va delante de las dos condiciones.



#### 4. Opciones de la barra de herramientas formato utilizadas

- |   |  |
|---|--|
|  Negrita.                |  Disminuir decimales. |
|  Alinear a la izquierda. |  Bordes.              |
|  Centrar.                |  Color de relleno.    |
|  Combinar y centrar.     |  Color de fuente.     |
|  Euro.                   |  |
|  Aumentar decimales.     |  |

#### 5. Opciones de la barra de herramientas estándar utilizadas

- |  |   |
|--|---|
|  Autosuma |  Asistente para gráficos |
|  Copiar   |  Guardar                 |
|  Pegar    |   |

#### 6. Manejo de Excel

##### Introducir datos

Para introducir un dato numérico o textual en una celda, se hace *click* en la celda y se escribe.

##### Introducir fórmulas

Las operaciones son: +, -, \*, /, ^, potencias, RAIZ(), raíz cuadrada.

Para introducir una fórmula en una celda, se hace *click* en ella, se escribe el signo de igualdad = y, a continuación, la fórmula.


=A5\*B5 El contenido de la celda A5 se multiplica por el de la celda B5


##### Seleccionar

- Una celda:** se hace *click* en ella.
- Una fila:** se hace *click* en el número de la cabecera.
- Varias filas seguidas :** se hace *click* en la primera y *se arrastra* hasta la última. También se puede hacer al revés.
- Una columna:** se hace *click* en la letra de la cabecera.
- Varias columnas seguidas :** se hace *click* en la primera y *se arrastra* hasta la última. También se puede hacer al revés.
- Un rango:** se hace *click* en la celda de uno de los vértices y *se arrastra* hasta la celda de la esquina opuesta.

##### Modificar el ancho de una columna

Se selecciona la columna y en la barra de menús se elige: **Formato/Columna/Ancho...**

**Con el ratón:** se coloca el ratón en la cabecera de las columnas, entre la columna que se desea modificar y la siguiente. Cuando el cursor se transforma en  *se arrastra*.

**Ajuste automático:** se coloca el ratón en la cabecera, entre la columna dada y la siguiente. Cuando cambia a forma de , se hace *doble-click* y automáticamente se ajusta.



Indica que no cabe el dato en la celda y que se tiene que aumentar el ancho de la celda o autoajustarlo.

##### Insertar filas o columnas

Se selecciona la fila o columna y en el menú *Contextual* se elige **Insertar**, la fila o columna se inserta delante de la que se ha seleccionado. Cuando se inserta una fila de datos, debemos insertarla antes de la última.

##### Eliminar filas o columnas

Se seleccionan y en el menú *Contextual* se elige **Eliminar**.

##### Insertar hojas

Para insertar una hoja nueva se elige en la barra de menús **Insertar/Hoja de cálculo**.




## Mover hojas

Para mover una hoja se selecciona en la parte inferior, en la barra de hojas del libro, y se *arrastra* al lugar correspondiente.

## Copiar una hoja con datos, fórmulas y formato

Para copiar una **Hoja** con datos, fórmulas y formato se elige en la barra de menús **Edición/Mover o copiar hoja...** en la ventana **Mover o Copiar** se elige (**mover al final**) y se activa la casilla de verificación **Crear una copia**


## Controlador de relleno

Es el cuadradito negro que aparece en la parte inferior derecha de la celda o rango seleccionado. Si dentro de la celda o rango seleccionado hay una fórmula y se *arrastra* el  **Controlador de relleno** se hace una copia relativa de la fórmula seleccionada.

## Referencia absoluta y relativa

En la fórmula =SUMA(\$B\$5:B5) la expresión **\$B\$5** es una **referencia absoluta**, es decir, cuando se *arrastra* la fórmula, en la copia, este valor permanecerá fijo, mientras que **B5** es relativa e irá variando.

## 7. Procedimiento para construir un gráfico estadístico

Se hace *clik* en  **Asistente para gráficos** y se siguen los pasos que indica:

- k) **Paso 1 de 4: tipo de gráfico:** se elige el tipo de gráfico entre los 14 que presenta. **Subtipo de gráfico:** se elige uno de los que presenta y se pulsa el botón **Siguiente**
- l) **Paso 2 de 4: datos de origen** en la ficha *Rango de Datos*, se selecciona con el ratón el rango en el que están los datos. En la ficha *Serie* en **Rótulos en el eje de categorías (X):** se elige también con el ratón el rango en el que están los rótulos y se pulsa el botón **Siguiente**
- m) **Paso 3 de 4: opciones de gráfico:** se rellena la ficha *Títulos*. En **Eje de categorías (X):** se cumplimenta el campo y se hace lo mismo con el campo **Eje de valores (Y)**. En la ficha *Legenda*, se desactiva la opción **Mostrar leyenda** y se pulsa el botón **Siguiente**
- n) **Paso 4 de 4: ubicación del gráfico:** hay dos opciones
  - ? **En una hoja nueva.**
  - ? **Como objeto en:** se puede elegir la hoja, normalmente será la misma hoja.Para finalizar, se hace *clik* en el botón **Finalizar**

## Mejoras al gráfico

Se puede mejorar el gráfico a través del menú *Contextual* de cada uno de sus elementos. Los gráficos en Excel son vectoriales y están formados por elementos que se pueden modificar individualmente.

Para seleccionar un elemento del gráfico se hace un *clik* sobre él. Para acceder a su menú *Contextual*, se hace *clik sobre el botón secundario del ratón*.

## Anexo 16: Internet



### Matemáticas

- ? Portal de Informática y Matemáticas  
**[www.infoymate.net](http://www.infoymate.net)**
- ? Departamentos de Matemáticas  
**[www.infoymate.net/mate/depamate/depamate.htm](http://www.infoymate.net/mate/depamate/depamate.htm)**
- ? Currículo de matemáticas  
**[www.infoymate.net/currmate03/index.htm](http://www.infoymate.net/currmate03/index.htm)**
- ? AGAPEMA: Asociación Gallega de Profesores de Matemáticas  
**[www.agapema.com](http://www.agapema.com)**
- ? Astronomía para niños  
**[eos.cnice.mecd.es/mem2000/astronomia/chicos](http://eos.cnice.mecd.es/mem2000/astronomia/chicos)**
- ? El paraíso de las matemáticas  
**[www.matematicas.net](http://www.matematicas.net)**
- ? Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas  
**[www.fespm.org](http://www.fespm.org)**
- ? Mujeres matemáticas  
**[www.agnesscott.edu/lriddle/women/chronol.htm](http://www.agnesscott.edu/lriddle/women/chronol.htm)**
- ? Recursos de Matemáticas en Internet  
**[www.redemat.com](http://www.redemat.com)**
- ? Sociedad Asturiana "Agustín de Pedrayes"  
**[www.pedrayes.es.org/](http://www.pedrayes.es.org/)**
- ? SMPM: Sociedad Madrileña de Profesores de Matemáticas  
**[www.smpm.es](http://www.smpm.es)**

### Páginas personales

- ✂ José María Arias. IES Mariano José de Larra y UAM  
**[www.terra.es/personal/jariasca](http://www.terra.es/personal/jariasca)**
- ✂ Javier Brihuega. I.E.S. Rey Pastor. Madrid  
**[roble.pntic.mec.es/~jbrihueg](http://roble.pntic.mec.es/~jbrihueg)**
- ✂ José Antonio Mora (Cabri)  
**[terra.es/personal/joseantm](http://terra.es/personal/joseantm)**

### Enlaces interesantes de Cabri

- ✂ TEXAS INSTRUMENTS: Cabri Geometry II™  
**[www.ti.com/calc/spain/cabri.htm](http://www.ti.com/calc/spain/cabri.htm)**
- ✂ Proyectos Cabri Java  
**[www.cabri.net/cabrijava](http://www.cabri.net/cabrijava)**
- ✂ José Manuel Arranz San José  
**[roble.cnice.mecd.es/~jarran2](http://roble.cnice.mecd.es/~jarran2)**

### Enlaces interesantes de Derive

- ✂ Texas Instruments España  
**[www.ti.com/calc/spain](http://www.ti.com/calc/spain)**
- ✂ Asociación de usuarios de Derive en España  
**[www.upv.es/derive](http://www.upv.es/derive)**

## Anexo 17: Transparencias

En las páginas finales se presentan todas ellas de forma reducida en blanco y negro. Todas están en color en el portal de informática y matemáticas en Internet en la dirección [www.infoymate.net](http://www.infoymate.net) seleccionando el enlace Transparencias

### Transparencias de funciones elementales

A continuación se presentan unas transparencias que se pueden usar para el estudio de las funciones lineales, afines, cuadráticas, hipérbolas, exponenciales, logarítmicas y trigonométricas.

#### 1. Transparencias que se presentan

- ? Ejes de coordenadas del plano normales y trigonométricos.
- ? Rectas.
- ? Parábolas:  $y = x^2$ ,  $y = 2x^2$ ,  $y = x^2/2$ ,  $y = 3x^2$ ,  $y = x^2/3$ ,  $y = 4x^2$ ,  $y = x^2/4$ ,  $y = 5x^2$ ,  $y = x^2/5$ ,  $y = 6x^2$ ,  $y = x^2/6$
- ? Hipérbolas:  $y = 1/x$ ,  $y = 2/x$ ,  $y = 3/x$ ,  $y = 4/x$ ,  $y = 5/x$ ,  $y = 6/x$
- ? Irracionales:  $y = \sqrt{x}$
- ? Exponenciales:  $y = 2^x$ ,  $y = e^x$ ,  $y = 3^x$ ,  $y = 4^x$ ,  $y = 10^x$
- ? Trigonómicas:  $y = \sin x$ ,  $y = 2 \sin x$ ,  $y = \frac{1}{2} \sin x$ ,  $y = 3 \sin x$ ,  $y = 4 \sin x$ ,  $y = \operatorname{tg} x$ ,  $y = \sec x$ ,  $y = \sin x/2$ ,  $y = \sin 2x$ ,  $y = \sin 3x$ ,  $y = \operatorname{arc} \sin x$ ,  $y = \operatorname{arc} \operatorname{tg} x$

**2. Formato:** documentos en **PDF** que se pueden imprimir en una transparencia o acetato especial para la impresora correspondiente. Las impresoras de chorro de tinta en color dan muy buena calidad.

**3. Objetivo:** facilitar la realización de un conjunto de actividades enfocadas al logro de los objetivos didácticos de los temas de rectas, funciones cuadráticas, hipérbolas, exponenciales, logarítmicas y trigonométricas.

**4. Utilización:** se comienza introduciendo la transparencia de los ejes de coordenadas en una solapa o funda y colocándola sobre el retroproyector. Las fundas o solapas se venden en los mismos lugares que las transparencias.

#### 5. Planteamiento metodológico y didáctico

##### a) Trabajo con rectas

Se recortan las rectas en tiras de 1 cm y se colocan superpuestas a la cuadrícula de los ejes. Si se trabaja con una recta se puede estudiar si es función constante, lineal, afín, o una recta que no es función; el concepto de pendiente y ordenada en el origen; los puntos de corte con los ejes; el paso de la fórmula a la gráfica y de la gráfica a la fórmula. Si se trabaja con dos rectas, se puede estudiar la solución de un sistema lineal de dos ecuaciones con dos incógnitas, la clasificación del sistema y la interpretación gráfica.

##### b) Trabajo con parábolas

Se deben recortar cada una de las parábolas.

Se superpone la transparencia de la parábola sobre la cuadrícula de los ejes. Se comienza con  $y = x^2$ , y se pueden estudiar sus características: eje de simetría, vértice, creci-

miento y concavidad. Este estudio se puede ampliar con las parábolas  $y = 2x^2$ ,  $y = 3x^2$ ,  $y = x^2/2$ , etc.

Cuando a la parábola  $y = x^2$ , se le da la vuelta se obtiene la parábola  $y = -x^2$ ; de igual forma se hace con el resto de las parábolas.

Trasladando las parábolas sobre la cuadrícula se pueden estudiar todas las parábolas y el paso de fórmula a la gráfica y de gráfica a la fórmula.

### c) Trabajo con hipérbolas

Se superponen las transparencias de las hipérbolas sobre la cuadrícula de los ejes. Se comienza con las funciones de proporcionalidad inversa y se pueden estudiar sus características: constante de proporcionalidad, asíntotas, crecimiento y concavidad; y el paso de la fórmula a la gráfica y de la gráfica a la fórmula.

Cuando a la hipérbola  $y = 1/x$  se le da la vuelta se obtiene la hipérbola  $y = -1/x$ ; de igual forma se hace con el resto de las hipérbolas. Posteriormente se pueden estudiar las traslaciones de la hipérbola subiéndola, bajándola y llevándola a la derecha e izquierda.

### d) Trabajo con ramas de parábola

Se deben recortar cada una de las ramas de parábola.

Se superpone la transparencia de la rama de la parábola sobre la cuadrícula de los ejes. Se comienza con  $y = \sqrt{x}$  y se pueden estudiar sus características: crecimiento y concavidad.

? Cuando a la rama de la parábola  $y = \sqrt{x}$  se le da la vuelta de izquierda a derecha, se obtiene la parábola  $y = \sqrt{x}$

? Cuando a la rama de la parábola  $y = \sqrt{x}$  se le da la vuelta de arriba abajo, se obtiene la parábola  $y = -\sqrt{x}$

También se puede ver que uniendo dos ramas de parábola se obtiene una parábola completa y de qué forma son inversas  $y = x^2$  e  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = -\sqrt{x}$

Trasladando las ramas de parábola sobre la cuadrícula se pueden estudiar todas ellas y el paso de la fórmula a la gráfica y de la gráfica a la fórmula.

### e) Trabajo con funciones exponenciales y logarítmicas

Se deben recortar cada una de las funciones exponenciales. Por cada una de ellas hay cuatro de los colores: rojo, magenta, azul oscuro y cian.

Se superponen las transparencias de las funciones exponenciales sobre la cuadrícula de los ejes. Se comienza con las funciones  $y = 2^x$ ,  $y = e^x$ ,  $y = 3^x$ , ... y se pueden estudiar sus características: valor de la base, dominio, asíntota, corte con los ejes, crecimiento, concavidad y recorrido o imagen; el paso de la fórmula a la gráfica y de la gráfica a la fórmula.

? Cuando a la función exponencial  $y = 2^x$  se le da la vuelta de derecha a izquierda se obtiene la función exponencial  $y = \frac{1}{2^x}$ , es decir,  $y = 2^{-x}$

? Cuando la función exponencial  $y = 2^x$  se gira  $90^\circ$  hacia la derecha, se obtiene la función logarítmica  $y = \log_2 x$

? Cuando a la función logarítmica  $y = \log_2 x$  se le da la vuelta de arriba abajo, se obtiene la función logarítmica  $= \log_{1/2} x$ , o bien,  $y = -\log_2 x$

Esta es la razón por la que se presentan cuatro gráficas de cada una de las funciones exponenciales y de distintos colores. Al poder superponerlas al mismo tiempo sobre los ejes, se puede estudiar respecto de qué rectas son simétricas.

Posteriormente se pueden estudiar las traslaciones de las funciones exponenciales y logarítmicas, subiéndolas, bajándolas y llevándolas a la derecha e izquierda.

#### **f) Trabajo con funciones trigonométricas**

Se deben recortar cada una de las funciones trigonométricas.

Se superponen las transparencias de las funciones trigonométricas sobre la cuadrícula de los ejes especiales para funciones trigonométricas. Se comienza con la función  $y = \sin x$ , estudiando sus características: dominio, periodicidad, simetrías, corte con los ejes, crecimiento, concavidad y recorrido o imagen; el paso de la fórmula a la gráfica y de la gráfica a la fórmula. Multiplicando o dividiendo por un número, se puede ver como se amplía o se reduce de altura. Multiplicando el arco  $x$  por un número, se observa cómo el período queda multiplicado por dicho número, y dividiendo el arco  $x$  por un número, se observa cómo el período se divide por dicho número.

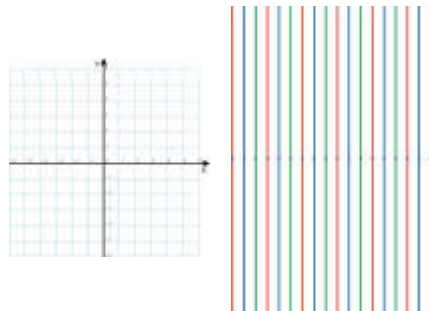
- ? Cuando la gráfica de la función seno se traslada  $\pi/2$  hacia la izquierda, se obtiene la función coseno.
- ? Cuando a la función  $y = \tan x$  se le da la vuelta de arriba hacia abajo y se traslada, se obtiene la función  $y = \cot x$
- ? Cuando a la función  $y = \sec x$  se le da la vuelta de arriba hacia abajo y se traslada, se obtiene la función  $y = \operatorname{cosec} x$

Posteriormente se pueden estudiar las traslaciones de las funciones trigonométricas, subiéndolas, bajándolas y llevándolas a la derecha y a la izquierda.

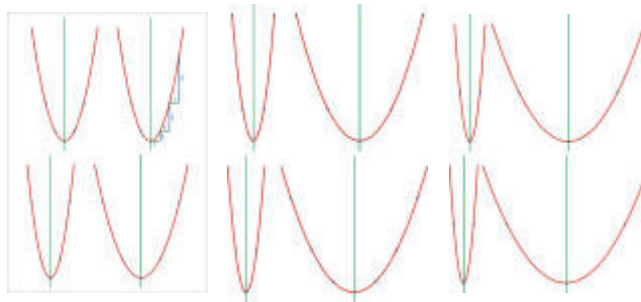
#### **6. Orientación didáctica**

Estas actividades se pueden plantear manipulando la transparencia el profesor y preguntando en cada ejercicio a los alumnos, y también pueden ser los alumnos quienes salgan a manipular las transparencias. Esta actividad es muy positiva por el potencial de aprendizaje y sobre todo porque en muy poco tiempo se les puede preguntar a todos los alumnos de la clase varias veces. Esto hace que mantengan la atención y se motiven.

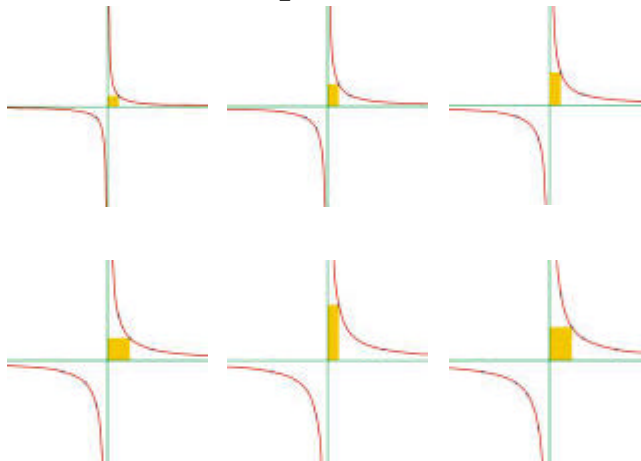
**Funciones elementales**  
**Funciones polinómicas**  
**Ejes y rectas: funciones lineales**



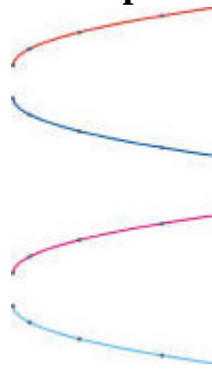
**Parábolas: funciones cuadráticas**



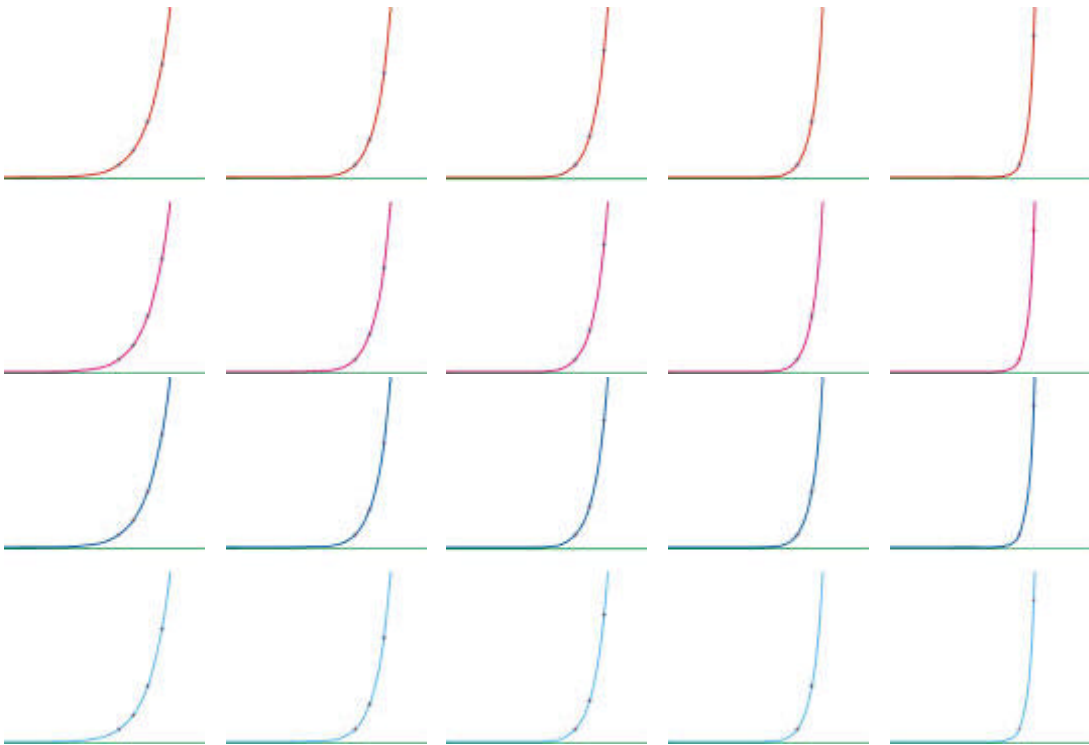
**Funciones racionales**  
**Hipérbolas**



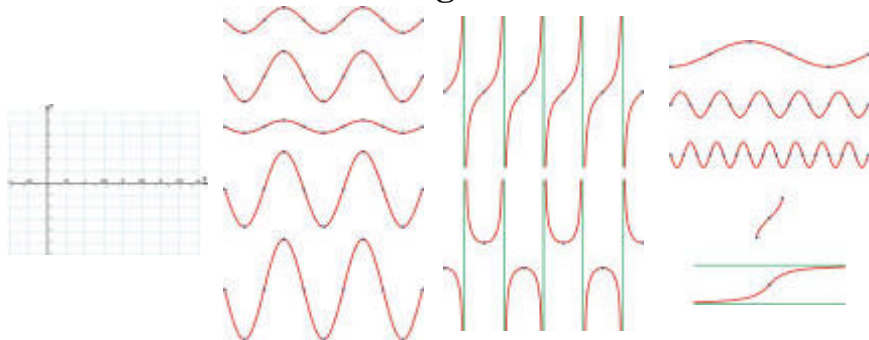
**Funciones irracionales**  
**Ramas de parábola**



**Funciones exponenciales y logarítmicas**



**Funciones trigonométricas**



# Anexo 18 : Cuestionario sobre satisfacción personal y valoración del aprendizaje de matemáticas con tecnologías informáticas (para el alumnado)

1. Al estudiar Matemáticas con las Tecnologías Informáticas te has sentido:

Muy mal                    0   1   2   3   4   5   6   7   8   9   10                    Muy bien

2. ¿Cuánto crees que has aprendido?

Nada                    0   1   2   3   4   5   6   7   8   9   10                    Mucho

3. ¿Ha sido interesante el estudio de las Matemáticas con las Tecnologías Informáticas?

Nada                    0   1   2   3   4   5   6   7   8   9   10                    Mucho

4. El método de trabajo ha sido:

Muy malo                    0   1   2   3   4   5   6   7   8   9   10                    Muy bueno

5. Las actividades del cuadernos han sido:

Muy difíciles                    0   1   2   3   4   5   6   7   8   9   10                    Muy fáciles

6. El método de evaluación te ha parecido:

Muy malo                    0   1   2   3   4   5   6   7   8   9   10                    Muy bueno

7. Los programas informáticos utilizados para aprender Matemáticas con el ordenador como instrumentos de trabajo te parece:

Muy malo                    0   1   2   3   4   5   6   7   8   9   10                    Muy bueno

8. ¿Crees que has trabajado al límite de tu capacidad?

Nada                    0   1   2   3   4   5   6   7   8   9   10                    Al límite



## **Anexo 19: Cuestionario sobre el desarrollo de las sesiones de Matemáticas con Informática (para el alumnado)**

Procura responder a todas las preguntas. Rodea la respuesta que te parezca más adecuada

1. ¿Has entendido lo que tenías que hacer?  
a) Nada                      b) Regular                      c) Perfectamente
  
2. Ha explicado el profesor o profesora  
a) Muy poco                  b) Lo suficiente                  c) Demasiado
  
3. ¿Has necesitado la ayuda del profesor o profesora?  
a) Ninguna                  b) Regular                      c) Mucha
  
4. ¿Has conseguido la ayuda que necesitabas del profesor o profesora?  
a) En seguida              b) He esperado un poco      c) He esperado mucho
  
5. ¿Has pedido ayuda a alguien de otro grupo?  
a) Nunca                      b) Alguna vez                      c) Con frecuencia
  
6. ¿Has encontrado en el cuaderno todo lo que necesitabas?  
a) Nada                      b) Regular                      c) Todo
  
7. ¿Te han interrumpido los de otros grupos?  
a) Nunca                      b) Alguna vez                      c) Con frecuencia

## Anexo 20: Cuestionario sobre el desarrollo del proyecto de matemáticas con informática: Derive, Cabri, Excel e Internet (para el profesorado)

Procura responder a todas las preguntas. **Marca en negrita** la respuesta que te parezca más adecuada

4. Has aprendido algo nuevo para tu práctica docente

Nada      Muy poco      Regular      Bastante      Mucho

5. ¿Te ha parecido interesante el trabajo de Matemáticas con las TICs?

Nada      Muy poco      Regular      Bastante      Mucho

¿Podrías decir por qué?

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

6. ¿Has necesitado la ayuda del coordinador/a de medios informáticos del IES?

Ninguna      Un poco      Regular      Bastante      Mucha

7. ¿Has conseguido la ayuda que necesitabas del coordinador/a?

Sí y de forma oportuna      A medias      No

En caso de que no hayas conseguido la ayuda o no hayas podido utilizar la sala de ordenadores, explica por qué

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

## Anexo 21: Centros y profesores participantes 2002/03 Madrid. Iniciación

Localidad	Centro	Nombre y apellidos
Alcobendas	IES Ágora	M <sup>a</sup> Dolores Vidal Silva
		Teresa del Río García
		Javier Rodríguez
Alcalá de Henares	IES Cardenal Cisneros	Juan Antonio Vega Coso
		Rafael Ángel Martínez Casado
Collado-Villalba	IES Jaime Ferrán	Consuelo de la Torre Carrazón
		Paloma García Blanco
		Juan Emilio Fernández
		M <sup>a</sup> Carmen Fernández Cañadas
Collado-Villalba	IES María Guerrero	Enrique Gallego Castaño
		María José Herrero Hernández
		Olga Bravo Cifuentes
		Francisco José Hernando Castellet
Coslada	IES Luis Braile	Gloria Gutiérrez Pérez
		Francisco Medina Gallego
		Beatriz Partida Santos
Getafe	IES Antonio López	M <sup>a</sup> Isabel Rivera Figueroa
		Carmen Béjar Santiago
Getafe	IES Manuel Azaña	Emilio Cárcel Donate
		Julia González López de Quereño
		Encarnación Guillén Cánovas
		Alberto Vergel Otero
Fuenlabrada	IES La Serna	Mercedes Sardina Blanco
Leganés	IES José de Churriguera	M <sup>a</sup> Dolores Vela Arrans
		Álvaro Fernández García
Madrid	IES Gabriel García Márquez	Carmen Rey Cuerda
		Loreto Ayuso de la Calle
Madrid	IES Gran Capitán	Ana M <sup>a</sup> Ballesteros Argüello
		José Marrero
Madrid	IES Isabel la Católica	Éster Córdova Val
		Óscar Álvarez Martínez
		Juana Manteca del Teso
		Francisco Javier del Castillo Marmol
Madrid	IES Mariano José de Larra	Alberto Sebastián Gómez
		José María Arias Cabezas
		Alberto Sáenz Sáenz Saénz-Torre

Madrid	IES Ramón y Cajal	M <sup>a</sup> Ángeles Esparza Sánchez
		Pilar Ruíz Cervigón
Madrid	IES Tirso de Molina	Almudena Zurano Hernández
		Gregorio Segovia Rodríguez
Móstoles	IES Ana Ozores	Paloma Lorenzo Rueda
		María Luisa Núñez Sanromán
		Luis Villa Conde
Móstoles	IES Europa	José Miguel Sancho Espiau
		Ángel Corral Cedena
		Faustina Alonso
		Laura García
		Ana Gutiérrez Rebollo
San Lorenzo del Escorial	IES El Escorial	Carmen Abad Gómez
		Antonia Nieto Roldan
		Gloria Jiménez Moro
		Rosario Méndez Mayandía
Torrejón de Ardoz	IES Las Veredilla	Eugenio Hernández Dastis
		Juan Carlos García Arribas
		M <sup>a</sup> Ángeles Lidueña Góngora

## Anexo 22: Centros y profesores participantes 2002/03. Madrid. Generalización

Localidad	Centro	Nombre y apellidos
Madrid	Colegio Ntra. Sra. de las Maravillas	Antonio López de Ahumada
		Eva M <sup>a</sup> Ortega
		Miguel Cerrillo
Algete	IES Al-Satt	Rosario Marcos
		M <sup>a</sup> Dolores Velasco
		Pilar Fernández Muñoz
		Isabel Fernández del Moral
Madrid	IES Arturo Soria	Mercedes Hierro de Bengoa
		Cristina Torcal Baz
Alcobendas	IES Giner de los Ríos	M <sup>a</sup> Dolores Menéndez Calleja
Madrid	IES Las Musas	Julian Gómez Lain
		Santiago Calviño
Alcorcón	IES Luis Buñuel	Juan Antonio Jiménez Córdoba
Madrid	IES Moratalaz	Arturo Perea Ruiz
Fuenlabrada	IES Utopía	Juan Antonio Requena Maltrana

## Anexo 23: Centros y profesores participantes 2003/04. Madrid. Iniciación

Localidad	Centro	Profesores
Madrid	IES Alameda de Osuna	López Castelló, Javier
		Angulo Díaz, Clara
		Bell-Lloch Bell-Lloch, Aurora
		Aparicio Pérez, Laurentino
		Sánchez Menéndez, Óscar
Madrid	IES Pío Baroja	Martín Quevedo, Ignacio
		Martín Seronero, E. Calixto
		Sánchez Martínez, Mónica
		Sánchez-Guerrero Francés, Julia
		De Julián Higuera, Luis Javier
		Rodrigo Martín, Carmen
		Martínez Sánchez, José Antonio
Madrid	IES San Cristóbal de los Ángeles	Gil Ruano, Ángel Jesús
		Garre Pérez, Pedro
		Cuesta Fernández, Silvia
		García Tijero, Juan
Alcobendas	IES Severo Ochoa	Martínez Alonso, M <sup>a</sup> del Mar
		Gálvez Rodríguez, Antonia
		Cañamero Santiago, Julián
		García Azcárate, Ana
Alcorcón	IES Ignacio Ellacuría	Sánchez Rodríguez, Manuel
		González Balandín, Alberto
		Sacristán García, M <sup>a</sup> Ángeles
		Álvarez Álvarez, Ángel
Alcorcón	IES Al Q'Adir	Bravo Recio, Paloma
		Gómez Aláez, Gloria
Leganés	IES San Nicasio	Del Olmo Escalante, Lola
		Jurado Castillo, Lourdes
Getafe	IES Clara Campoamor	Forte Madrona, Josefina
Móstoles	IES Miguel Hernández	Santos Ferreras, Ceferino
		Murillo Larraz, Fernando
		Fernández-Giro Horcajuelo, Ángel
Villaviciosa de Odón	IES Calatalifa	Martínez Delgado, Carmen
		Infante López, Esperanza
		López Varona, José Antonio
Coslada	IES Rafael Alberti	Jiménez Rojas, Alvaro
		Sánchez Palomares, Ana
		Castellote Pérez, Carmen
		Soler Areta, Javier

San Fernando de Henares	IES Jaime Ferrán Clúa	Sánchez Díaz, M <sup>a</sup> Pilar
		Amor Zazo, Alicia
		Coronado Vasco, Manuela
		Vicente de Castro, Ana M <sup>a</sup>
		Sancho Serrano, M <sup>a</sup> ángeles
		Arcas Haro, José Antonio
		Torresano Escobosa, Juan Alberto
Torres de la Alameda	IES Senda Galiana	De los Santos Rayo, M <sup>a</sup> Isabel
		Paniagua Casares, M <sup>a</sup> Concepción
		Montoya Pérez, José Luis
		Pascual Granda, Elvira
		Peinado Ruíz, Ana M <sup>a</sup>
		Fernández Gómez, Eva M <sup>a</sup>
		González Hurtado, M <sup>a</sup> Purificación
Collado Villalba	IES La Dehesilla	Hernán Criado, Cristina
		Martín Montalvo, Julián
		Hernández Moreno, Maria
Majadahonda	IES José Saramago	García Fernández, Alejandra
		Villamide Díaz, Edita
		Díaz Sánchez, Jesús
		Gómez Picazo, Rosa
		Del Buey Fernández, Olga
		Ferrero Jiménez, Beatriz
San Lorenzo de El Escorial	IES Juan de Herrera	Fernández Millán, Pilar
		Cabrero Velasco, Carlos
		Abad Gómez, M <sup>a</sup> Carmen
		Martín García, Rosa María
		Rodríguez Campo, Ra imundo
		Esteban Carrasco, Lidia
Torrelodones	IES Diego Velázquez	Perteguer Muñoz, Sonsoles
		Núñez de Prado Ramírez, Elvira
		Del Castillo Molina, Pilar
		Garrote Alegría, Carmen
		Cardeñosa León, Juan Félix

## Anexo 24: Centros y profesores participantes 2003/04. Madrid. Generalización

Localidad	Centro	Profesores
Madrid	IES Alameda de Osuna	María Ángeles Esparza Sánchez
Madrid	IES Arturo Soria	Hierro de Bengoa, María Mercedes Molleda Sánchez, Laura
Madrid	IES Francisco Tomás y Valiente	Rey Cuerda, Carmen
Madrid	IES Gabriel García Márquez	Ayuso de la Calle, M <sup>a</sup> Loreto Civantos Carrillo, Mercedes Carro Alfós, Carmen
Madrid	IES Gran Capitán	Alonso Delgado, Concepción Vázquez Parladé, María Socorro Gallego, Carmen García, María Ángeles Domínguez Jiménez, Jesús Curras Iciar, Santiago
Madrid	IES Las Musas	Gómez Laín, Julián Calviño Castelo, Santiago
Madrid	IES Mariano José de Larra	Sebastian Gómez, Alberto Arias Cabezas, José María Herrero Cuesta, Ricardo Saenz Saenz-Torre, Alberto Pérez Rodríguez, Alicia
Madrid	IES Moratalaz	Martínez Fernández, German Luis Perea Ruiz, Arturo
Madrid	IES Tirso de Molina	Segovia Rodríguez, Gregorio Zurano Hernández, Almudena
Madrid	Colegio Ntra. Sra. de las Maravillas	López de Ahumada, Antonio Ortega Gago, Eva María Cerrillo Carbajo, Miguel
Algete	IES Al-Satt	Fernández Muñoz, Pilar López Martín, José Ángel Marcos Rodríguez, Charo Fernández de la Cigoña Cantero, María José Velasco Ballano, María Dolores
Fuenlabrada	IES La Serna	Sardina Blanco, Mercedes Monjas Anaya, Carmen Pulido Varo, Sagrario Martínez Molina, Concepción Arriero Magán, Juan Antonio
Fuenlabrada	IES Utopía	Requena Maltrana, Juan Antonio



Leganés	IES José de Churriguera	Vela Arrans, Dolores
		Fernández, Álvaro
		Herrero, Josué Abraham
		López, Blanca
		Bravo, Alberto
		Arriero, Ángel
		Daza, Sonsoles
Getafe	IES Antonio López	Béjar Santiago, Carmen
		Arrogante, Sebastián
		Rivera, Isabel
		Noriega Pérez, Juan José
		Maza Sáez, Ildfonso
		Capelo Estevez, Paloma
Getafe	IES Manuel Azaña	González López de Gereñu, Julia
		González Sánchez, Miguel
		Guillén Cánovas, Encarnación
		Carcel Donate, Emilio
Móstoles	IES Europa	Sancho Espiau, José Miguel
		Alonso Fernándex, Faustina
		Corral Cedena, Ángel
		Miguel del Rio, David
		Calvo Aldea, Carmen
Móstoles	IES Ana Ozores	Villa Conde, Luis
		Jiménez, Begoña
		Lorenzo, Paloma
		Núñez, María Luisa
Alcalá de Henares	IES Cardenal Cisneros	Rafael Angel Martínez Casado
		Carmen Cano Sarabia
Torrejón de Ardoz	IES Las Veredillas	García Arribas, Juan Carlos
		Hernández Dastis, Eugenio
		Ruiz Fernández, José Luis
Collado Villalba	IES Jaime Ferran	Torre Carrazón, Consuelo de la
		García Blanco, Paloma
		Ricardo Nicolás Tahoces
Collado Villalba	IES María Guerrero	Hernando Castellet, Francico José
		Herrero Hernández, María José
		Junco Ezquerro, Luis
		Bravo Cifuentes, Olga
		Jiménez Torres, Ángel
		Miguel Bustos, Joaquín

## Anexo 25: Centros y profesores participantes 2003/04. Andalucía. CEP de Sevilla. Iniciación

Coordinadora: Ana Rodríguez Chamizo

Localidad	Centro	Nombre y apellidos
Sevilla	IES Azahar	Carmen Benárquez Fonseca
		Luis Aguilera Ávalos
Sevilla	IES Bellavista	María del Espino García Sanz
		Gemma Narbona Prieto
		Rufina Ducha Dulce-Nombre
Sevilla	IES Fernando de Herrera	Encarnación Rodríguez Lorenzo
Sevilla	IES Heliópolis	José Fernández Nevado
		Salvador de la Guerra Irazu
		Diego Camacho Moreno
Sevilla	IES Isbilya	Reyes Conde García
		Francisco Gandullo Martínez
Sevilla	IES La Paz	M <sup>a</sup> del Carmen Rodríguez Núñez
Sevilla	IES Las Aguas	Agustín Pérez Márquez
		M <sup>a</sup> del Carmen López Sutil
Sevilla	IES Macarena	Angeles Greciano Martin
		Enrique Díaz Rivera
		José Muñoz Santonja
Sevilla	IES Martínez Montañés	Jesús Fernández Domínguez
		Antonio Bedoya Casas
		José Pereira Figueroa
		Cristina López Pardo
Sevilla	IES Pablo Picasso	M <sup>a</sup> Jesús Serván Thómas
		Pilar Martínez Gil
		Francisco López Moreno
Sevilla	IES Ramón del Valle-Inclán	Juan Antonio Álvarez Leiva
		Mariano Salmerón Sánchez
		M <sup>a</sup> del Carmen Gómez de Celis Cornejo
		José María Menéndez Lobato
		María del Rocío Díaz Romero
		Emilio Corbacho Conejo
Tocina (Sevilla)	IES Ramón y Cajal	Antonio Hurtado Aciego
		Angel Soria Heredero
Sevilla	IES San Pablo	José Rubio Rodríguez
		Rosario Núñez Castaín
La Algaba (Sevilla)	IES Torre de los Guzmanes	María del Pilar García Abeja
		M <sup>a</sup> del Mar Álvarez Mouvet
		Jose Antonio Sanz Alonso
Sevilla	IES Velázquez	Rosario Genao Chaves
		Milagros Quesada Paloma

## **Anexo 26: Centros y profesores participantes 2003/04. Castilla y León. Iniciación**

Coordinador: José Manuel Arranz San José

<b>Localidad</b>	<b>Centro</b>	<b>Nombre y apellidos</b>
Ponferrada (León)	IES Alvaro de Mendaña	M <sup>a</sup> Dolores Alonso Rey
Ponferrada (León)	IES Europa	Jose Manuel Arranz San José
		Esperanza Durany Castrillo
Ponferrada (León)	IES Fuentesnuevas	Miguel Angel Martínez Ferreras
		Rosa M <sup>a</sup> Rodríguez González
Toreno (León)	IES La Gándara	Maria de la Cruz Lobo Paradiñeiro
Veguellina (León)	IES Veguellina	Francisco José de Juan Remolina
Villafranca (León)	IES Padre Sarmiento	María Luisa Rivada Novoa

## Anexo 27: Currículo de Matemáticas de la ESO

(BOE del 7/9/2001)

### Introducción

La finalidad fundamental de la enseñanza de las Matemáticas es el desarrollo de la facultad de razonamiento y de abstracción. La capacidad humana de razonar encuentra en ellas un aliado privilegiado para desarrollarse, y ese desarrollo debe constituir, por tanto, el principal objetivo pedagógico de esta ciencia.

Por otra parte, debe tenerse en cuenta que las Matemáticas aparecen estrechamente vinculadas a los avances que la civilización ha ido alcanzando a lo largo de la Historia y contribuyen, hoy día, tanto al desarrollo como a la formalización de las Ciencias Experimentales y Sociales, a las que prestan un adecuado apoyo instrumental. Además, el lenguaje matemático, aplicado a los distintos fenómenos y aspectos de la realidad, es un instrumento eficaz que nos ayuda a comprender mejor la realidad que nos rodea y adaptarnos a un entorno cotidiano en continua evolución.

En consecuencia, el aprendizaje de las Matemáticas debe ocupar un lugar destacado en los planes de estudio de la Educación Secundaria Obligatoria ya que proporciona a los adolescentes la oportunidad de descubrir las posibilidades de su propio entendimiento y afianzar su personalidad, además de un fondo cultural necesario para manejarse en aspectos prácticos de la vida diaria, así como para acceder a otras ramas de la ciencia.

Con el fin de facilitar a los escolares una visión general de esta ciencia, la enseñanza de la matemática debe tratarse de forma cíclica, de manera que en cada curso a la vez que se introducen nuevos contenidos se revisen los de cursos anteriores, ampliando su campo de aplicación y enriqueciéndose con nuevas relaciones.

La metodología didáctica deberá adaptarse a cada grupo de alumnos y a las condiciones del centro escolar, para rentabilizar al máximo los recursos disponibles.

La introducción de los conceptos se debe hacer de forma intuitiva y buscar poco a poco el rigor matemático, adecuando siempre la metodología utilizada a la capacidad

de formalización que a lo largo de la etapa irá desarrollando el alumno.

Al mismo tiempo se deberá procurar la adquisición de destrezas numéricas básicas y el desarrollo de competencias geométricas de carácter elemental, así como de estrategias personales que permitan al alumno enfrentarse ante variadas situaciones problemáticas relacionadas con la vida cotidiana.

Es importante habituar a los alumnos a expresarse oral, escrita y gráficamente en situaciones susceptibles de ser tratadas matemáticamente, mediante la adquisición y el manejo de un vocabulario específico de notaciones y términos matemáticos.

La resolución de problemas debe contemplarse como una práctica habitual integrada en todas y cada una de las facetas que conforman el proceso de enseñanza y aprendizaje.

En los últimos años se ha producido un vertiginoso desarrollo tecnológico, cada vez las calculadoras y los ordenadores serán más sofisticados. El ciudadano del siglo XXI no puede ignorar el funcionamiento de estas herramientas con el fin de servirse de ellas, pero debe hacerlo siempre de forma racional; no puede, por ejemplo, quedar indefenso ante la necesidad de realizar un cálculo sencillo cuando no tiene a mano su calculadora. Por ello no es recomendable la utilización de calculadoras antes de que las destrezas del cálculo elemental hayan quedado bien afianzadas.

El trabajo en grupo, ante problemas que estimulen la curiosidad y la reflexión de los alumnos facilita el desarrollo de ciertos hábitos de trabajo que permite a los alumnos desarrollar estrategias para defender sus argumentos frente a los de sus compañeros, permitiéndoles comparar distintos criterios para poder seleccionar la respuesta más adecuada.

Por último se deberá seguir cuidadosamente el método de estudio de los alumnos, cuidando que éstos desarrollen el grado de confianza en sí mismos necesario para sumergirse en el estudio de esta disciplina.

El área de Matemáticas se configura en cuarto curso en dos opciones diferentes. El carácter orientador que ha de tener la educación secundaria obligatoria, principalmente en el segundo ciclo, supone la necesidad de facilitar que, en el último curso, los alumnos puedan percibir cómo son las Matemáticas que, en su caso, van a encontrarse posteriormente y en qué medida son útiles para enfrentarse a distintas situaciones y resolver problemas relativos tanto a la actividad cotidiana como a distintos ámbitos de conocimiento.

Muchos de los aprendizajes precisos, dentro y fuera de las propias Matemáticas,

tanto en estudios de carácter más académico como en opciones de tipo profesional, requieren una preparación previa y en cierta medida diferente en cada caso.

Por otra parte, es al final de esta etapa donde se manifiesta especialmente la diferencia de intereses, ritmos de aprendizaje y hábitos de trabajo entre los alumnos. Todo ello aconseja el establecimiento en el último curso de la posibilidad de optar entre dos Matemáticas diferentes como mecanismo que permitan atender la diversidad de los alumnos.

### Objetivos

1. Utilizar las formas de pensamiento lógico en los distintos ámbitos de la actividad humana.
2. Aplicar con soltura y adecuadamente las herramientas matemáticas adquiridas a situaciones de la vida diaria.
3. Utilizar correctamente el lenguaje matemático con el fin de comunicarse de manera clara, concisa, precisa y rigurosa.
4. Utilizar con soltura y sentido crítico los distintos recursos tecnológicos (calculadoras, programas informáticos e Internet) de forma que supongan una ayuda en el aprendizaje y en las aplicaciones instrumentales de las Matemáticas.
5. Resolver problemas matemáticos utilizando diferentes estrategias, procedimientos y recursos, desde la intuición hasta los algoritmos.
6. Aplicar los conocimientos geométricos para comprender y analizar el mundo físico que nos rodea.
7. Utilizar los métodos y procedimientos estadísticos y probabilísticos para obtener conclusiones a partir de datos recogidos en el mundo de la información.
8. Integrar los conocimientos matemáticos en el conjunto de saberes que el alumno debe adquirir a lo largo de la Educación Secundaria Obligatoria.
9. Desarrollar técnicas y métodos relacionados con los hábitos de trabajo, la curiosidad y el interés para investigar y resolver problemas, la responsabilidad y colaboración en el trabajo en equipo con la flexibilidad suficiente para cambiar el propio punto de vista en la búsqueda de soluciones.

## Primer curso

### Contenidos

**1. Aritmética y álgebra.** Números naturales. El sistema de numeración decimal. Interpretación de códigos numéricos presentes en la vida cotidiana. Divisibilidad. Múltiplos y divisores. Criterios de divisibilidad. Números primos y números compuestos. Números fraccionarios y decimales. Orden en los números fraccionarios y decimales. Operaciones elementales. Aproximaciones y redondeos. Jerarquía de las operaciones. Uso del paréntesis. Números enteros. Representación gráfica. Operaciones elementales. Potencias de exponente natural. Raíces cuadradas exactas. Elaboración de estrategias de cálculo mental a partir de las propiedades de las operaciones numéricas. Las magnitudes y su medida. El sistema métrico decimal. Unidades de longitud, masa, capacidad, superficie y volumen. Transformación de unidades de una misma magnitud. Relación entre capacidad y volumen. Unidades monetarias, el euro. Conversiones monetarias y cambio de divisas. Medidas directas e indirectas. Instrumentos de medida. Precisión y estimación en las medidas. Magnitudes directamente proporcionales. Porcentajes. Aplicación a la resolución de problemas.

**2. Geometría.** Elementos básicos de la geometría del plano. Relaciones de incidencia, paralelismo y perpendicularidad entre rectas y planos. Mediatriz de un segmento. Bisectriz de un ángulo. Descripción, construcción, clasificación y propiedades características de las figuras planas elementales: Triángulos, cuadriláteros, polígonos regulares. Estudio del triángulo: Clasificación, rectas notables (construcción con regla y compás). Cálculo de áreas y perímetros de las figuras planas elementales. Cálculo de áreas por descomposición en figuras simples. Circunferencias y círculos. Relaciones entre ángulos y arcos de circunferencia. Posiciones relativas de rectas y circunferencias. Resolución de problemas geométricos que precisen de la representación, el reconocimiento y el cálculo de las medidas de las figuras planas.

**3. Tablas y gráficas.** El plano cartesiano. Ejes de coordenadas. Utilización de las coordenadas cartesianas para representar e identificar puntos. Construcción e interpretación de tablas de valores. Elaboración de gráficas a partir de tablas de valores. Interpretación y lectura de gráficas relacionadas con los fenómenos naturales, la vida cotidiana y el mundo de la información.

## Segundo curso

### Contenidos

**1. Aritmética y álgebra.** Relación de divisibilidad. Descomposición de un número natural sencillo en factores primos y cálculo del M.C.D. y m.c.m. de dos números. Fracciones equivalentes. Cálculo de fracciones irreducibles. Reducción a común denominador. Operaciones elementales con fracciones, decimales y números enteros. Jerarquía de las operaciones y uso del paréntesis. Estimaciones, aproximaciones y redondeos. Raíces cuadradas aproximadas. Medida del tiempo y los ángulos. Expresiones complejas y decimales. Operaciones. Medidas directas e indirectas. Instrumentos de medida. Precisión y estimación en las medidas. Acotación e interpretación de errores. Razones y proporciones numéricas. Obtención de términos proporcionales. Magnitudes directa e inversamente proporcionales. Regla de tres simple directa. Porcentajes: Cálculo de aumentos y disminuciones porcentuales. Aplicación en la resolución de problemas. Construcción e interpretación de fórmulas y expresiones algebraicas. Operaciones elementales con expresiones algebraicas sencillas. Obtención de valores numéricos en una expresión algebraica. Concepto de ecuación. Ecuaciones de primer grado. Resolución de la ecuación de primer grado con una incógnita y coeficientes enteros. Utilización de las ecuaciones de primer grado en la resolución de problemas.

**2. Geometría.** Elementos básicos de la geometría del espacio. Descripción, desarrollo y propiedades características de los cuerpos geométricos elementales: Cubo, ortoedro, prisma, cilindro, pirámide y cono. El teorema de Pitágoras. Justificación geométrica. Cálculo sistemático de los lados de un triángulo rectángulo. Cálculo de áreas y

volúmenes. Resolución de problemas geométricos que precisen de la representación, el reconocimiento y el cálculo de las medidas de los cuerpos elementales o de configuraciones geométricas formadas por triángulos, paralelogramos u ortoedros. semejanza: Figuras semejantes. Ampliación y reducción de figuras. Razón de semejanza. Construcción geométrica de figuras semejantes. Teorema de Tales y sus aplicaciones: División de un segmento en partes proporcionales. Triángulos semejantes. Razón de semejanza y razón de áreas. Interpretación de mapas y planos: Escalas.

**3. Funciones y gráficas.** Coordenadas cartesianas. Tablas de valores y gráficas cartesianas. Relaciones que vienen dadas por enunciados o por tablas de valores. Construcción e interpretación de tablas de valores. Elaboración de una gráfica a partir de una tabla de valores. Relaciones funcionales entre magnitudes directamente proporcionales. Interpretación y lectura de gráficas relacionadas con los fenómenos naturales, la vida cotidiana y el mundo de la información.

**4. Estadística.** Estadística unidimensional. Terminología básica. Carácter estadístico cualitativo y cuantitativo. Distribuciones discretas. Recuento de datos. Construcción e interpretación de tablas de frecuencias, diagramas de barras y de sectores. Cálculo e interpretación de la media aritmética y la moda de una distribución discreta con pocos datos. Uso racional de la calculadora básica en las operaciones estadísticas. Aplicaciones de la estadística en la vida cotidiana. Aplicaciones de la estadística en la ciencia.

### Criterios de evaluación

1. Relacionar, representar y operar números naturales, fraccionarios y decimales y utilizarlos para resolver actividades relacionadas con la vida cotidiana.
2. Resolver problemas, eligiendo el tipo de cálculo adecuado (mental, manual) y dar significado a las operaciones, métodos y resultados obtenidos, de acuerdo con el enunciado.
3. Estimar y calcular el valor de expresiones numéricas sencillas de números enteros, decimales y fraccionarios basadas en las cuatro operaciones elementales, las potencias de exponente natural y las raíces cuadradas exactas, aplicando correctamente las reglas de prioridad y haciendo un uso adecuado de signos y paréntesis.

4. Utilizar los conceptos de precisión, aproximación y error en un contexto de resolución de problemas y elegir y valorar las aproximaciones adecuadas, junto con el tamaño de los errores cometidos, de acuerdo con el enunciado.
5. Simbolizar problemas sencillos, y resolverlos utilizando métodos numéricos, gráficos o ecuaciones sencillas de primer grado con una incógnita y comprobar la adecuación de la solución a la del problema.
6. Manejar las distintas unidades de medida, así como las relaciones que pueden establecerse entre ellas.
7. Estimar y efectuar medidas directas, en actividades relacionadas con la vida cotidiana, con un cierto grado de fiabilidad.
8. Emplear convenientemente el factor de conversión, regla de tres simple, directa e inversa y porcentajes para resolver problemas relacionados con la vida cotidiana.
9. Reconocer, dibujar y describir las figuras y cuerpos elementales construyendo y conceptualizando sus elementos característicos.
10. Aplicar las propiedades características de los cuerpos elementales en un contexto de resolución de problemas geométricos.
11. Utilizar el teorema de Pitágoras y las fórmulas adecuadas para obtener longitudes, áreas y volúmenes de las figuras planas y los cuerpos elementales, en un contexto de resolución de problemas geométricos.
12. Interpretar y utilizar las relaciones de proporcionalidad geométrica entre segmentos y figuras planas utilizando el teorema de Tales y los criterios de semejanza.
13. Interpretar las dimensiones reales de figuras representadas en mapas o planos, haciendo un uso adecuado de las escalas, numéricas o gráficas.
14. Representar puntos y gráficas cartesianas sencillas de relaciones funcionales, basadas en la proporcionalidad directa, que vengan dadas a través de una tabla de valores.
15. Intercambiar información entre tablas de valores y gráficas y obtener información práctica de gráficas cartesianas sencillas (de trazo continuo) en un contexto de resolución de problemas relacionados con fenómenos naturales y la vida cotidiana.
16. Obtener e interpretar tablas de frecuencias, el diagrama de barras y de sectores, así como la moda y la media aritmética de una distribución discreta sencilla, utilizando, si es preciso, una calculadora de operaciones básicas.



## Tercer curso

### Contenidos

**1. Aritmética y álgebra.** Números racionales. Comparación, ordenación y representación sobre la recta. Operaciones con números racionales. Jerarquía de las operaciones y uso del paréntesis. Potencias de exponente entero. Propiedades. Fracciones y decimales. Decimal periódico. Utilización racional de la calculadora en las operaciones con decimales. Aproximaciones y errores. Reconocimiento de números irracionales. Elaboración y utilización de estrategias para buscar regularidades numéricas en sucesiones de números enteros y fraccionarios. Iniciación a las progresiones aritméticas y geométricas. Magnitudes directa e inversamente proporcionales. Repartos proporcionales. Porcentajes encadenados. Interés simple. Aplicación a la resolución de problemas prácticos de la vida cotidiana. Polinomios. Operaciones elementales. Identidades notables. Resolución algebraica de ecuaciones de primer grado y de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas. Resolución algebraica de ecuaciones de segundo grado. Utilización de las ecuaciones de primer grado y de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas en la resolución de problemas relacionados con los fenómenos naturales, la vida cotidiana y el mundo de la información. Interpretación crítica de la solución.

**2. Geometría.** Revisión de la geometría del plano. Traslaciones, giros y simetrías en el plano. Prismas, pirámides, cilindros y conos: Descripción, propiedades elementales y cálculo de áreas y volúmenes. Poliedros regulares. La esfera y sus elementos caracte-

terísticos. Superficie y volumen de una esfera. El globo terráqueo. Coordenadas terrestres. Determinación de la longitud y latitud de un lugar.

**3. Funciones y gráficas.** Relaciones funcionales. Distintas formas de expresar una función. Construcción e interpretación de tablas de valores a partir de enunciados, expresiones algebraicas o gráficas sencillas. Elaboración de gráficas continuas o discontinuas a partir de un enunciado, una tabla de valores o de una expresión algebraica sencilla. Estudio gráfico de una función: Crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos, simetrías, continuidad y periodicidad. Estudio gráfico y algebraico de las funciones constantes, lineales y afines. Interpretación y lectura de gráficas en problemas relacionados con los fenómenos naturales, la vida cotidiana y el mundo de la información.

**4. Estadística y probabilidad.** Estadística descriptiva unidimensional. Terminología básica. Construcción e interpretación de tablas de frecuencias, gráficos de barras y sectores y polígonos de frecuencias. Cálculo e interpretación de los parámetros de centralización y dispersión más usuales. Utilización de distintas fuentes documentales y recursos tecnológicos (calculadoras, programas informáticos) para obtener información de tipo estadístico. Experimentos aleatorios. Suceso. Frecuencia y probabilidad de un suceso. Cálculo de probabilidades mediante la Ley de Laplace.

### Criterios de evaluación

1. Identificar, relacionar y representar gráficamente los números racionales y utilizarlos en actividades relacionadas con su entorno cotidiano.
2. Estimar y calcular expresiones numéricas sencillas de números racionales basadas en las cuatro operaciones elementales y las potencias de exponente entero aplicando correctamente las reglas de prioridad y haciendo un uso adecuado de signos y paréntesis.
3. Utilizar convenientemente las aproximaciones decimales, las unidades de

medida usuales y las relaciones de proporcionalidad numérica (factor de conversión, regla de tres simple, porcentajes, repartos proporcionales, intereses, etc.) para resolver problemas relacionados con la vida cotidiana.

4. Elegir, a lo largo del proceso de resolución de un problema, la notación y las aproximaciones adecuadas y valorarlas, junto con el tamaño de los errores cometidos, de acuerdo con el enunciado.

5. Construir expresiones algebraicas y ecuaciones sencillas a partir de sucesiones numéricas, tablas o enunciados e interpretar las relaciones numéricas que se dan, implícitamente, en una fórmula conocida o en una ecuación.
6. Utilizar las técnicas y procedimientos básicos del cálculo algebraico para sumar, restar o multiplicar polinomios sencillos en una indeterminada.
7. Identificar y desarrollar las fórmulas notables y resolver problemas sencillos que se basen en la utilización de fórmulas conocidas o en el planteamiento y resolución de ecuaciones de primer grado o de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.
8. Reconocer y describir los elementos y propiedades características de las figuras planas, los cuerpos elementales y sus configuraciones geométricas.
9. Aplicar traslaciones, giros y simetrías a figuras planas sencillas y reconocer el tipo de movimiento que liga a dos figuras iguales del plano que ocupan posiciones diferentes y determinar los elementos invariantes, los centros y ejes de simetría.
10. Obtener las medidas de longitudes, áreas y volúmenes de los cuerpos elementales en un contexto de resolución de problemas geométricos utilizando el teorema de Pitágoras y las fórmulas usuales.
11. Identificar y utilizar los sistemas de coordenadas cartesianas y geográficas.
12. Reconocer las características básicas de las funciones constantes, lineales y afines en su forma gráfica o algebraica y representarlas gráficamente cuando vengan expresadas por un enunciado, una tabla o una expresión algebraica.
13. Determinar e interpretar intervalos de crecimiento, puntos extremos, continuidad, simetrías y la periodicidad que permiten evaluar el comportamiento de una gráfica sencilla (de trazo continuo o discontinuo), extraída de un contexto de resolución de problemas relacionados con fenómenos naturales o prácticos de la vida cotidiana.
14. Elaborar e interpretar tablas y gráficos estadísticos diagramas de barras o de sectores, así como los parámetros estadísticos más usuales (moda, mediana, media aritmética y desviación típica), correspondientes a distribuciones sencillas y utilizar, si es necesario, una calculadora científica.
15. Determinar e interpretar el espacio muestral y los sucesos asociados a un experimento aleatorio sencillo y asignar probabilidades en situaciones experimentales o equiprobables, utilizando adecuadamente la Ley de Laplace y los diagramas de árbol, o cualquier otra estrategia de conteo personal.

## Cuarto curso A

### Contenidos

**1. Aritmética y álgebra.** Operaciones con números enteros, fracciones y expresiones decimales: Jerarquía de las operaciones y uso del paréntesis. Aproximación decimal de una raíz cuadrada. El número irracional. Iniciación al número real. Clasificación de los distintos tipos de números según sus expresiones decimales. Representación de los números sobre la recta real. Notación científica. Operaciones en notación científica. Uso de calculadora. Operaciones con radicales sencillos. Correspondencia de radicales con potencias de exponente fraccionario. Revisión de la proporcionalidad numérica y aplicación a la resolución de problemas prácticos de la vida cotidiana. Suma, resta y multiplicación de polinomios. Descomposición factorial mediante identidades notables y extracción de factor común. Resolución algebraica de ecuaciones de primer y segundo grado. Resolución algebraica y gráfica de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas. Utilización de las ecuaciones y de los sistemas de ecuaciones en la resolución de problemas.

**2. Geometría.** Figuras semejantes. Razón de semejanza. Interpretación de mapas y planos. Escalas. Teorema de Tales. Razones trigonométricas. Resolución de triángulos rectángulos. Uso de la calculadora científica en los cálculos trigonométricos. Iniciación a la geometría analítica plana: Coordenadas

de puntos y vectores, distancia entre dos puntos, módulo de un vector. Ecuación general y explícita de la recta.

**3. Funciones y gráficas.** Variables y funciones. Estudio gráfico de una función. Características globales de las gráficas: Crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos, simetrías, continuidad y periodicidad. Estudio de funciones polinómicas de primer y segundo grado. Representación gráfica de funciones exponenciales y de proporcionalidad inversa a partir de tablas de valores significativas. Interpretación y lectura de gráficas relacionadas con los fenómenos naturales, la vida cotidiana y el mundo de la información.

**4. Estadística y probabilidad.** Estadística descriptiva unidimensional. Variables discretas y continuas. Recuento y presentación de datos. Determinación de intervalos y marcas de clase. Elaboración e interpretación de tablas de frecuencias, gráficos de barras y de sectores, histogramas y polígonos de frecuencia. Cálculo e interpretación de los parámetros de centralización y dispersión usuales: Media, moda, mediana, recorrido, varianza y desviación típica. Experimentos aleatorios y sucesos. Probabilidad simple y compuesta. Utilización de distintas técnicas combinatorias en la asignación de probabilidades simples y compuestas.

### Criterios de evaluación

1. Identificar, relacionar y representar gráficamente los números reales y utilizarlos en actividades relacionadas con su entorno cotidiano, elegir las notaciones adecuadas, y dar significado a las operaciones y procedimientos numéricos involucrados en la resolución de un problema, valorando los resultados obtenidos de acuerdo con el enunciado.
2. Estimar y calcular expresiones numéricas sencillas de números enteros y fraccionarios, basadas en las cuatro operaciones elementales y las potencias de exponente entero aplicando correctamente las reglas de prioridad y haciendo

un uso adecuado de signos y paréntesis.

3. Calcular y simplificar expresiones numéricas racionales e irracionales y utilizar la calculadora científica en las operaciones con números reales, expresados en forma decimal o en notación científica, aplicando las reglas y las técnicas de aproximación adecuadas a cada caso.
4. Emplear el factor de conversión, la regla de tres, los porcentajes, tasas e intereses para resolver situaciones y problemas relacionados con su entorno cotidiano.

5. Utilizar las técnicas y procedimientos básicos del cálculo algebraico para simplificar expresiones algebraicas formadas por sumas, restas y multiplicaciones de polinomios con uno, dos o tres términos que incluyan, como máximo, dos operaciones encadenadas, para factorizar polinomios sencillos de segundo grado con coeficientes y raíces enteras.
6. Resolver problemas sencillos utilizando métodos numéricos o algebraicos, cuando se basen en la utilización de fórmulas conocidas o en el planteamiento y resolución de ecuaciones de primer grado o de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.
7. Utilizar convenientemente la relación de proporcionalidad geométrica para obtener figuras proporcionales a otras e interpretar las dimensiones reales de figuras representadas en mapas o planos, haciendo un uso adecuado de las escalas, numéricas o gráficas.
8. Utilizar las razones de la trigonometría elemental para resolver problemas trigonométricos de contexto real, con la ayuda de la calculadora científica.
9. Establecer correspondencias analíticas entre las coordenadas de puntos y vectores y utilizarlas para calcular la distancia entre dos puntos o el módulo de un vector y reconocer y obtener la ecuación general y explícita de la recta.
10. Reconocer y representar gráficas cartesianas de funciones lineales, cuadráticas, exponenciales y de proporcionalidad inversa que vengan dadas a través de una tabla de valores o de una expresión algebraica.
11. Determinar, a la vista de una gráfica cartesiana sencilla, aquellas características básicas que permitan su interpretación, como son los intervalos de crecimiento y decrecimiento, los puntos extremos, la continuidad y la periodicidad.
12. Interpretar y extraer información práctica de gráficas que se relacionen con situaciones problemáticas que involucren fenómenos sociales o prácticos de la vida cotidiana.
13. Elaborar e interpretar tablas y gráficos estadísticos, así como los parámetros estadísticos más usuales, correspondientes a distribuciones discretas y continuas, con la ayuda de la calculadora.
14. Determinar e interpretar el espacio muestral y los sucesos asociados a un experimento aleatorio sencillo.
15. Calcular la probabilidad de que se cumpla un suceso equiprobable utilizando técnicas elementales de conteo, utilización de diagramas de árbol, así como las técnicas de recuento combinatorias adecuadas y la Ley de Laplace.

## Cuarto curso B

### Contenidos

**1. Aritmética y álgebra.** Expresiones decimales exactas o ilimitadas periódicas y no periódicas. Números racionales e irracionales. El número real. Valor absoluto. Intervalos. Representación gráfica sobre la recta real. Notación científica. Operaciones en notación científica. Estimaciones, aproximaciones y acotación de errores en los cálculos con decimales y notación científica. Uso de la calculadora. Potencias de exponente fraccionario y radicales. Relaciones y operaciones elementales. Polinomios con una indeterminada. Operaciones. Regla de Ruffini. Utilización de las identidades notables y la regla de Ruffini en la descomposición factorial de un polinomio. Raíces de un polinomio. Potencia de un binomio. Resolución algebraica de ecuaciones de primer y segundo grado con una incógnita. Ecuaciones bicuadradas. Resolución algebraica y gráfica de un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas. Desigualdades e inecuación. Inecuaciones y sistemas de inecuaciones con una y dos incógnitas. Resolución gráfica. Utilización de las ecuaciones de primer y segundo grado y de los sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas en la resolución de problemas.

**2. Geometría.** Figuras semejantes. Razón de semejanza. Teorema de Tales. Razones trigonométricas de un ángulo agudo. Relaciones entre las razones trigonométricas. Resolución de triángulos rectángulos. Uso de la calculadora científica en los cálculos trigonométricos. Iniciación a la geometría analítica plana. Coordenadas de puntos y vectores. Relación entre las coordenadas de puntos y vectores. Distancia entre dos puntos y módulo de un vector. Cálculo de las coordenadas del punto medio de un segmento. Ecuación general y explícita de la

recta. Incidencia y paralelismo entre rectas. Ecuación de la circunferencia.

**3. Funciones y gráficas.** Funciones. Expresión algebraica de una función. Variables. Dominio y recorrido de la función. Estudio gráfico de una función. Características globales de las gráficas: Crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos, simetrías, continuidad y periodicidad. Estudio de funciones polinómicas de primer y segundo grado. Representación gráfica de funciones exponenciales y de proporcionalidad inversa a partir de tablas de valores significativas y con la ayuda de la calculadora científica. Interpretación, lectura y representación de gráficas en un contexto de resolución de problemas relacionados con los fenómenos naturales, la vida cotidiana y el mundo de la información.

**4. Estadística y probabilidad.** Estadística descriptiva unidimensional. Variables discretas y continuas. Recuento y presentación de datos. Determinación de intervalos y marcas de clase. Elaboración e interpretación de tablas de frecuencias, gráficos de barras y de sectores, histogramas y polígonos de frecuencia. Cálculo e interpretación de los parámetros de centralización y dispersión usuales: Media, moda, mediana, recorrido, varianza y desviación típica. Experimentos aleatorios. Espacio muestral asociado a un experimento aleatorio. Sucesos. Probabilidad de un suceso. Relación entre la frecuencia y la probabilidad. Propiedades de la probabilidad. Técnicas de recuento. Obtención de las fórmulas combinatorias (combinaciones, variaciones y permutaciones). Probabilidad de Laplace. Probabilidad compuesta.

### Criterios de evaluación

1. Identificar, relacionar y representar gráficamente los números reales y utilizarlos en actividades relacionadas con su entorno cotidiano, elegir las notaciones adecuadas, y dar significado a las operaciones y procedimientos numéricos involucrados en la resolución de un problema, valorando los resultados obtenidos de acuerdo con el enunciado.
2. Reconocer las diferentes formas de expresar un intervalo y representar en la recta real.
3. Resolver expresiones numéricas combinadas utilizando las reglas y propiedades básicas de la potenciación y radicación para multiplicar, dividir, simplificar y relacionar potencias de exponente fraccionario y radicales.

4. Simplificar expresiones algebraicas formadas por sumas, restas multiplicaciones y potencias.
5. Dividir polinomios y utilizar la regla de Ruffini y las identidades notables en la factorización polinomios sencillos.
6. Resolver ecuaciones e inecuaciones e interpretar gráficamente los resultados.
7. Plantear y resolver problemas algebraicos que precisen de ecuaciones de primer grado, de segundo grado o de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas y comprobar la adecuación de sus soluciones a la del problema.
8. Utilizar las relaciones y las razones de la trigonometría elemental para resolver problemas trigonométricos de contexto real.
9. Establecer correspondencias analíticas entre las coordenadas de puntos y vectores y utilizarlas para calcular la distancia entre dos puntos o el módulo de un vector y reconocer y obtener la ecuación general y explícita de la recta y utilizarlas en el estudio analítico de las condiciones de incidencia y paralelismo. Ecuación de la circunferencia.
10. Determinar, a la vista de una gráfica cartesiana sencilla aquellas características básicas que permitan su interpretación, como son el dominio, recorrido, los intervalos de crecimiento y decrecimiento, los puntos extremos, la continuidad y la periodicidad.
11. Interpretar y extraer información práctica de gráficas que se relacionen con situaciones problemáticas que involucren fenómenos sociales o prácticos de la vida cotidiana.
12. Representar funciones polinómicas de primer o segundo grado, exponenciales, de proporcionalidad inversa sencillas que puedan venir dadas a través de enunciados, tablas o expresiones algebraicas utilizando, si es preciso, la calculadora científica.
13. Elaborar e interpretar tablas y gráficos estadísticos, así como los parámetros estadísticos más usuales, correspondientes a distribuciones discretas y continuas, con la ayuda de la calculadora.
14. Determinar e interpretar el espacio muestral y los sucesos asociados a un experimento aleatorio sencillo y calcular la probabilidad de que se cumpla un suceso equiprobable utilizando técnicas elementales de conteo, utilización de diagramas de árbol, así como, las técnicas de recuento combinatorias adecuadas y la Ley de Laplace.

# Anexo 28: Currículo de Matemáticas I y II

## (Bachilleratos de Ciencias de la Naturaleza y de la Salud y Tecnología)

(BOE del 7/9/2001)

### Introducción

Las Matemáticas del Bachillerato en sus modalidades de Ciencias de la Naturaleza y de la Salud y de Tecnología, van dirigidas a aquellos alumnos que ya poseen una suficiente formación matemática, lo que les permite profundizar en las cuestiones algebraicas, iniciarse en el estudio de la geometría analítica del plano y del espacio, en el análisis funcional y en el estudio de las estrategias del cálculo de probabilidades y de la estadística.

Los contenidos contemplados por el currículo de esta asignatura buscan proporcionar a los alumnos, que ya han cursado la Enseñanza Secundaria Obligatoria, una formación matemática más amplia, antes de iniciar estudios profesionales de grado superior o de incorporarse al mundo laboral.

Al mismo tiempo, suponen la base necesaria para continuar, tras finalizar el Bachillerato, estudios universitarios en todas las modalidades científicas o tecnológicas.

Los nuevos contenidos mínimos de la Educación Secundaria Obligatoria pretenden conseguir que los alumnos, que cursen estas matemáticas, lo hagan desde unos niveles previos de competencia que les permitan asumir, con el suficiente formalismo, determinados contenidos conceptuales que caracterizan la estructura intrínseca de las matemáticas. Por consiguiente, el tratamiento didáctico debe equilibrar la importancia otorgada a los conceptos y a los procedimientos, que serán tratados con el rigor formal necesario, aunque de forma escalonada a lo largo de los dos cursos de Bachillerato.

Por tanto, en las matemáticas de estas modalidades, y sobre todo en las de segundo curso, se debe buscar que el alumno alcance un grado de madurez que le permita el manejo del lenguaje formal y la comprensión de los métodos deductivos propios de las matemáticas.

Las matemáticas en este Bachillerato son la herramienta imprescindible para el estudio, la comprensión y la profundización en todas las disciplinas científicas; se deberá, por

tanto, tener siempre presente la intensa relación que mantiene con ellas y, por otra parte, se deberá evitar la separación entre la mera adquisición de destreza en el cálculo y la resolución de problemas relativos a fenómenos físicos y naturales.

Como en la etapa anterior, la resolución de problemas debe contemplarse como una práctica constante que acompañará al proceso de enseñanza de las matemáticas, independientemente de cuál sea la etapa o el nivel en que se circunscriban.

Una de las características más significativas de nuestro tiempo es el pujante desarrollo tecnológico que se refleja, fundamentalmente, en el uso generalizado de las nuevas tecnologías. No es aventurado vaticinar que, de seguir el ritmo actual, el acceso a la información, por parte de cualquier ciudadano y en cualquier lugar del mundo, quedará supeditado a su capacidad para manejar de forma inteligente y razonada aquellos recursos tecnológicos, sobre todo los de tipo informático. En consecuencia, es necesario incorporar, en el currículo de matemáticas, el uso de todos aquellos recursos tecnológicos (calculadoras, programas informáticos, Internet...) que resulten adecuados para el desarrollo de determinados procedimientos rutinarios, en la interpretación y análisis de situaciones diversas relacionadas con los números, el álgebra lineal, el análisis funcional o la estadística, así como en la resolución práctica de numerosas situaciones problemáticas relacionadas con la naturaleza, la tecnología o, simplemente, con la vida cotidiana.

Con la práctica disciplinada y constante se deberá procurar la formación matemática necesaria, para que el joven estudiante pueda hacer frente a situaciones problemáticas nuevas y desconocidas.

Por último, se deberá seguir cuidadosamente el proceso de aprendizaje de los alumnos, cuidando que éstos desarrollen el grado de confianza en sí mismos necesario para sumergirse en el estudio de esta disciplina.

## Objetivos

1. Comprender los conceptos, procedimientos y estrategias matemáticas que les permitan desarrollar estudios posteriores más específicos de ciencias o técnicas y adquirir una formación científica general.
2. Aplicar sus conocimientos matemáticos a situaciones diversas, utilizándolas en la interpretación de las ciencias y en las actividades cotidianas.
3. Analizar y valorar la información proveniente de diferentes fuentes, utilizando herramientas matemáticas para formarse una opinión que les permita expresarse críticamente sobre problemas actuales.
4. Utilizar las estrategias características de la investigación científica y los métodos propios de las matemáticas (plantear problemas, formular y contrastar hipótesis, planificar, manipular y experimentar) para realizar investigaciones y explorar situaciones y fenómenos nuevos.
5. Expresarse oral, escrita y gráficamente en situaciones susceptibles de ser tratadas matemáticamente, mediante la adquisición y el manejo de un vocabulario específico de notaciones y términos matemáticos.
6. Mostrar actitudes propias de la actividad matemática como la visión crítica, la necesidad de verificación, la valoración de la precisión, el gusto por el rigor o la necesidad de contrastar apreciaciones intuitivas.
7. Utilizar el discurso racional para plantear acertadamente los problemas, justificar procedimientos, adquirir cierto rigor en el pensamiento científico, encajen coherentemente los argumentos y detectar incorrecciones lógicas.
8. Servirse de los medios tecnológicos que se encuentran a su disposición, haciendo un uso racional de ellos y descubriendo las enormes posibilidades que nos ofrecen.
9. Aprovechar los cauces de información facilitados por las nuevas tecnologías, seleccionando aquello que pueda ser más útil para resolver los problemas planteados.
10. Desarrollar métodos que contribuyan a adquirir hábitos de trabajo, curiosidad, creatividad, interés y con fianza en sí mismos para investigar y resolver situaciones problemáticas nuevas y desconocidas.

## Matemáticas I Contenidos

### 1. Aritmética y álgebra:

Números racionales e irracionales. Números reales. La recta real. Valor absoluto. Distancias. Intervalos y entornos. Números complejos. Operaciones elementales  
Logaritmos. Propiedades elementales. Utilización de la calculadora científica.  
Sucesiones numéricas. El número e. Logaritmos decimales y neperianos.  
Descomposición factorial de un polinomio. Simplificación y operaciones con fracciones algebraicas.  
Resolución e interpretación geométrica de ecuaciones e inecuaciones de primer y segundo grados.  
Resolución de ecuaciones exponenciales y logarítmicas sencillas.

Sistemas de ecuaciones lineales con más de dos incógnitas. Aplicación del método de Gauss para su resolución.

### 2. Geometría:

Ampliación del concepto de ángulo. El radián. Medida de un ángulo en radianes. Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera. Identidades trigonométricas. Teorema del seno y del coseno. Resolución de triángulos rectángulos y no rectángulos. Razones trigonométricas de la suma o diferencia de dos ángulos, del ángulo doble y del ángulo mitad.  
Ecuaciones trigonométricas.  
Vectores en el plano. Operaciones: Suma, resta y producto por un escalar.  
Producto escalar de dos vectores. Módulo de un vector. Ángulo entre vectores y distancia entre dos puntos.



Ecuaciones de la recta. Incidencia, paralelismo y perpendicularidad. Cálculo de distancias entre puntos y rectas.

Lugares geométricos del plano. Mediatriz de un segmento. Bisectriz de un ángulo. Cónicas. Ecuación de la circunferencia, elipse, hipérbola y parábola.

### 3. Funciones y gráficas:

Funciones reales de variable real. Dominio, recorrido, gráfica y operaciones con funciones. Función inversa.

Clasificación y características básicas de las funciones elementales.

Concepto intuitivo de límite de una función en un punto. Límites laterales. Límites en el infinito. Cálculo de límites. Asíntotas verticales y horizontales de una función.

Continuidad de una función. Estudio de discontinuidades.

Derivada de una función en un punto. Aplicaciones geométricas y físicas de la derivada.

Iniciación al cálculo de derivadas.

Signo de la derivada: Crecimiento y decrecimiento.

Puntos críticos o singulares de una función. Máximos y mínimos.

Representación gráfica de funciones elementales a partir del análisis de sus características globales y locales.

### 4. Estadística y probabilidad:

Estadística descriptiva bidimensional. Interpretación de relaciones entre variables estadísticas. Representación gráfica: Nube de puntos.

Parámetros estadísticos bidimensionales: Medias y desviaciones típicas marginales, covarianza. Coeficiente de correlación lineal. Regresión lineal.

Distribución de frecuencias y distribución de probabilidad. Variable aleatoria.

Variable aleatoria discreta. Función de probabilidad. Media y varianza de una función de probabilidad discreta. Distribución binomial.

Variable aleatoria continua. Función de densidad. Función de distribución, Media y varianza. La distribución normal.

Utilización de distintos métodos e instrumentos en los cálculos estadísticos. Manejo de tablas.

### Criterios de evaluación

1. Utilizar las estrategias del cálculo con números reales para resolver problemas. Interpretar los valores obtenidos. Resolver cálculos en los que intervengan potencias, raíces, exponenciales y logaritmos.
2. Representar sobre la recta diferentes intervalos. Expresar e interpretar valores absolutos, desigualdades y distancias en la recta real.
3. Interpretar y operar correctamente con números complejos en su forma binómica, trigonométrica y polar.
4. Transcribir problemas reales a un lenguaje algebraico, utilizar las técnicas matemáticas apropiadas en cada caso para resolverlos y dar una interpretación, ajustada al contexto, de las soluciones obtenidas.
5. Aplicar, en situaciones reales, los conocimientos geométricos sobre el triángulo, haciendo uso de las razones trigonométricas y sus propiedades.
6. Utilizar el lenguaje vectorial para interpretar analíticamente distintas situaciones de la geometría plana elemental, obtener las ecuaciones de rectas y utilizarlas, junto con el concepto de producto escalar, para resolver problemas de incidencia y cálculo de distancias.
7. Obtener e interpretar la mediatriz de un segmento, la bisectriz de un ángulo y las ecuaciones canónicas de las cónicas, conceptuadas como lugares geométricos.
8. Manejar el cálculo elemental de derivadas como herramienta para determinar el crecimiento, el decrecimiento y los puntos críticos de funciones elementales sencillas que describan una situación real.
9. Identificar las funciones elementales (polinómicas de primer o segundo grado, racionales sencillas, exponenciales, logarítmicas y trigonométricas) con su gráfica, ayudándose de una tabla de valores y del estudio de sus propiedades globales y locales (dominio, recorrido, continuidad, simetrías, periodicidad, puntos de corte, intervalos de crecimiento, puntos críticos, extremos, asíntotas).
10. Utilizar los recursos estadísticos para analizar el comportamiento de dos va-

- riables y el grado de correlación entre ellas. Obtener la recta de regresión para poder hacer predicciones estadísticas.
11. Asignar a los resultados de un experimento los posibles valores de la variable aleatoria que se quiera estudiar, identificando ésta como discreta o continua. Determinar la función de probabilidad de dicha variable.
  12. Estudiar situaciones reales en las que se precise el estudio y análisis de una variable aleatoria discreta. Utilizar las propiedades de la distribución binomial, cuando sea posible asociarla al fenómeno aleatorio objeto de estudio y calcular las probabilidades de uno o varios sucesos.
  13. Estudiar situaciones reales en las que se precise el estudio y análisis de una variable aleatoria continua. Utilizar las propiedades de la distribución normal cuando sea posible asociarla al fenómeno aleatorio objeto de estudio y calcular las probabilidades de uno o varios sucesos.

## Matemáticas II

### Contenidos

#### 1. Análisis:

Límite de una sucesión. Límite de una función. Cálculo de límites.

Continuidad y derivabilidad de una función. Propiedades elementales.

Cálculo de derivadas. Aplicación al estudio de las propiedades locales y la representación gráfica de funciones elementales. Optimización.

Primitiva de una función. Propiedades elementales. Cálculo de integrales indefinidas inmediatas, por cambio de variable o por otros métodos sencillos.

Integrales definidas. Teorema fundamental del cálculo integral. Regla de Barrow. Cálculo de áreas de regiones planas.

Utilización de los distintos recursos tecnológicos (calculadoras científicas y gráficas, programas informáticos, etc.) como apoyo en el análisis gráfico y algebraico de las propiedades, globales y puntuales, de las funciones y en los procedimientos de integración.

#### 2. Álgebra:

Matrices de números reales. Operaciones con matrices.

Rango de una matriz: Obtención por el método de Gauss. Matriz inversa.

Sistemas de ecuaciones lineales. Representación matricial de un sistema.

Discusión y resolución de un sistema lineal por el método de Gauss.

Determinantes. Cálculo de determinantes de órdenes 2 y 3 mediante la regla de Sarrus. Propiedades elementales de los determinantes.

Utilización de los determinantes en la discusión y resolución de sistemas de ecuaciones lineales.

Aplicación de los sistemas de ecuaciones a la resolución de problemas.

Utilización de los distintos recursos tecnológicos (calculadoras científicas y gráficas, programas informáticos, etc.) como apoyo en los procedimientos que involucran el manejo de matrices, determinantes y sistemas de ecuaciones lineales.

#### 3. Geometría:

Vectores en el espacio tridimensional. Productos escalar, vectorial y mixto.

Obtención e interpretación de las ecuaciones de rectas y planos a partir de sistemas de referencia ortonormales.

Resolución de problemas de incidencia, paralelismo y perpendicularidad entre rectas y planos.

Resolución de problemas métricos relacionados con el cálculo de ángulos, distancias, áreas y volúmenes.

Introducción al conocimiento de algunas curvas y superficies comunes. Ecuación canónica de la superficie esférica.

### Criterios de evaluación

1. Utilizar los conceptos básicos y la terminología adecuada del análisis. Desarrollar las destrezas más usuales para el cálculo de límites y derivadas e inte-

- grales y dar significado a las operaciones y procedimientos numéricos involucrados en la resolución de un problema, valorando los resultados obtenidos de acuerdo con el enunciado.
2. Extraer información práctica y esbozar las gráficas de funciones polinómicas, racionales, exponenciales, logarítmicas y trigonométricas sencillas, ayudándose del estudio de sus propiedades globales y locales (dominio, recorrido, continuidad, simetrías, periodicidad, puntos de corte, intervalos de crecimiento, puntos críticos, extremos, asíntotas), que ayude a analizar el fenómeno del que se deriva.
  3. Aplicar las condiciones de continuidad y derivabilidad en funciones definidas a trozos. Aplicar las propiedades de las funciones estudiadas para analizar, interpretar y resolver problemas relacionados con fenómenos naturales, económicos o sociales.
  4. Utilizar el cálculo de derivadas como herramienta para resolver problemas de optimización extraídos de situaciones reales de carácter geométrico, físico o tecnológico.
  5. Calcular áreas de regiones limitadas por rectas y curvas sencillas, fácilmente representables por los alumnos.
  6. Utilizar el método de Gauss para obtener matrices inversas de órdenes dos o tres y para discutir y resolver un sistema de ecuaciones lineales con dos o tres incógnitas.
  7. Utilizar el lenguaje matricial y las operaciones con matrices y determinantes como herramienta algebraica útil para expresar y resolver situaciones diversas y problemas relacionados con la organización de datos, el análisis y resolución de sistemas de ecuaciones lineales, y con la geometría analítica, contextualizando la solución.
  8. Transcribir al lenguaje algebraico y resolver problemas basados en situaciones próximas al entorno del alumno o relacionadas con las demás materias del ámbito científico-tecnológico, cuyo tratamiento matemático exija la utilización de técnicas algebraicas básicas, interpretando las soluciones de acuerdo con el enunciado.
  9. Utilizar el lenguaje vectorial y las técnicas apropiadas en cada caso, como instrumento para la interpretación de fenómenos diversos derivados de la geometría, la física y demás ciencias del ámbito científico-tecnológico, e interpretar las soluciones de acuerdo con los enunciados.
  10. Identificar, calcular e interpretar las distintas ecuaciones de la recta y el plano en el espacio para resolver problemas de incidencia, paralelismo y perpendicularidad entre rectas y planos y utilizarlas, junto con los distintos productos entre vectores, para calcular ángulos, distancias, áreas y volúmenes.
  11. Reconocer las ecuaciones de curvas y superficies en el espacio. Identificar la ecuación canónica de la superficie esférica.

# Anexo 29: Currículo de Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales I y II

## Introducción

Las Matemáticas del Bachillerato deben, por un lado, proporcionar al alumno la madurez intelectual y el conjunto de conocimientos y herramientas necesarios que le permita, al finalizar su Enseñanza Secundaria, moverse con seguridad y responsabilidad en la sociedad, por otra parte, deben garantizar una preparación adecuada para acceder a estudios posteriores de formación profesional superior o universitarios.

Con estas Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales se pretende facilitar al alumno los conocimientos matemáticos que precisa el estudio de la economía, la psicología, la sociología y todas aquellas otras ciencias llamadas sociales. Se buscará, por tanto, la aplicación de las destrezas matemáticas aprendidas a la resolución de problemas de carácter socioeconómico.

Por otra parte, determinadas características como el rigor formal, la abstracción o los procesos deductivos que estructuran y definen el método matemático, no pueden estar ausentes de las matemáticas de Bachillerato, cualquiera que sea su nivel y modalidad. En este caso, los atributos anteriormente señalados deberán aplicarse con la suficiente prevención y de forma escalonada a lo largo de los dos cursos de la etapa, respetando, en cualquier caso, las características metodológicas asignadas a cada uno de ellos.

En las Matemáticas de esta modalidad, y sobre todo en las de segundo curso, se debe buscar que el alumno desarrolle un grado de madurez que le permita comprender los problemas que se le presentan, elegir un modelo matemático que se ajuste a él e interpretar adecuadamente las soluciones obtenidas dentro del contexto planteado por el problema.

Una de las características más significativas de nuestro tiempo es el pujante desarrollo tecnológico que se refleja, fundamentalmente, en el uso generalizado de las nuevas

tecnologías. No es aventurado vaticinar que, de seguir el ritmo actual, el acceso a la información, por parte de cualquier ciudadano y en cualquier lugar del mundo, quedará supeditado a su capacidad para manejar de forma inteligente y razonada aquellos recursos tecnológicos, sobre todo los de tipo informático, que la facilitan. En consecuencia, es necesario incorporar, en el currículo de matemáticas, el uso de todos aquellos recursos tecnológicos (calculadoras, programas informáticos, Internet etc.) que resulten adecuados para el desarrollo de determinados procedimientos rutinarios, en la interpretación y análisis de situaciones diversas relacionadas con los números, el álgebra lineal, el análisis funcional o la estadística, así como en la resolución práctica de numerosas situaciones problemáticas, relacionadas con la economía, la sociología, la tecnología o, simplemente, con la vida cotidiana.

Parece innecesario resaltar que los procesos que se involucran en la resolución de un problema matemático ayudan, de modo muy importante, a desarrollar la capacidad de razonar de los alumnos, a la vez que les proveen de actitudes y hábitos propios del quehacer matemático. Por consiguiente, la resolución de problemas constituye uno de los objetivos principales de las Matemáticas, independientemente de la etapa o el nivel que se les asigne, y debe tratarse de forma transversal a lo largo del currículo.

Con la práctica disciplinada y constante se deberá procurar la formación matemática necesaria para que pueda el joven estudiante hacer frente a situaciones problemáticas nuevas y desconocidas.

Por último, se deberá seguir cuidadosamente el proceso de aprendizaje de los alumnos, cuidando que éstos desarrollen el grado de confianza en sí mismos necesario para sumergirse en el estudio de esta disciplina.

## Objetivos

1. Aplicar sus conocimientos matemáticos a situaciones diversas que puedan pre-

sentarse en fenómenos y procesos propios de las ciencias sociales.

2. Utilizar y contrastar diversas estrategias para la resolución de problemas.
3. Adaptar los conocimientos matemáticos adquiridos a la situación problemática planteada, con el fin de encontrar la solución buscada.
4. Mostrar actitudes propias de la actividad matemática como la visión crítica, la necesidad de verificación, la valoración de la precisión, el gusto por el rigor o la necesidad de contrastar apreciaciones intuitivas.
5. Utilizar el discurso racional para plantear acertadamente los problemas, justificar procedimientos, adquirir cierto rigor en el pensamiento científico, encadenar coherentemente los argumentos y detectar incorrecciones lógicas.
6. Expresarse oral, escrita y gráficamente en situaciones susceptibles de ser tratadas matemáticamente, mediante la adquisición y el manejo de un vocabulario específico de notaciones y términos matemáticos.
7. Establecer relaciones entre las matemáticas y el medio social, cultural y económico, reconociendo su valor como parte de nuestra cultura.
8. Servirse de los medios tecnológicos que se encuentran a su disposición, haciendo un uso racional de ellos y descubriendo las enormes posibilidades que nos ofrecen.
9. Aprovechar los cauces de información facilitados por las nuevas tecnologías, seleccionando aquello que pueda ser más útil para resolver los problemas planteados.
10. Desarrollar hábitos de trabajo, así como curiosidad, creatividad, interés y confianza en sí mismos, para investigar y resolver situaciones problemáticas nuevas y desconocidas.

## **Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales I**

### **Contenidos**

#### **1. Aritmética y álgebra:**

Números racionales e irracionales. El número e. La recta real. Valor absoluto. Intervalos.

Potencias de exponente racional y radicales. Operaciones.

Logaritmos decimales y neperianos. Propiedades elementales.

Problemas financieros. Interés simple y compuesto. Polinomios. Operaciones elementales. Regla de Ruffini. Factorización de polinomios sencillos.

Resolución algebraica de ecuaciones de primer y segundo grado con una incógnita.

Interpretación y resolución gráfica y algebraica de sistemas lineales de ecuaciones con dos incógnitas.

Inecuaciones con una o dos incógnitas. Interpretación y resolución gráfica. Sistemas de inecuaciones.

#### **2. Funciones y gráficas:**

Funciones reales de variable real. Terminología básica. Utilización de tablas y gráficas funcionales para la interpretación de fenómenos sociales.

Obtención de valores desconocidos en funciones dadas por su tabla: La interpolación lineal. Problemas de aplicación.

Estudio gráfico y analítico de las funciones polinómicas de primer y segundo grado y de las funciones de proporcionalidad inversa.

Identificación e interpretación de funciones exponenciales, logarítmicas y periódicas sencillas con la ayuda de la calculadora y/o programas informáticos. Aplicación en la resolución de problemas relacionados con las ciencias sociales: Financieros, de población, etc.

Idea intuitiva de límite funcional. Límites laterales. Aplicación al estudio de discontinuidades.

Determinación de límites sencillos. Aplicación al estudio de asíntotas.

Tasa de variación media. Derivada de una función en un punto y función derivada.

Iniciación al cálculo de derivadas.

Interpretación del signo de la derivada en el estudio del crecimiento y decrecimiento de una función polinómica o racional y localización de sus puntos críticos.

#### **3. Estadística y probabilidad:**

Estadística descriptiva bidimensional. Relaciones entre dos variables estadísticas. Elaboración e interpretación de tablas de frecuencias de doble entrada. Representación gráfica: Nube de puntos.

Parámetros estadísticos bidimensionales: Medias y desviaciones típicas marginales, covarianza. Coeficiente de correlación lineal.

Regresión lineal. Rectas de regresión. Predicciones estadísticas.

Distribución de frecuencias y distribución de probabilidad. Variable aleatoria. Varia-

ble aleatoria discreta. Función de probabilidad. Media y varianza de una función de probabilidad discreta. Distribución binomial.

Variable aleatoria continua. Función de densidad. Función de distribución. Media y varianza. La distribución normal.

La normal como aproximación de la binomial.

Utilización de distintos métodos e instrumentos en los cálculos estadísticos. Manejo de tablas.

### Criterios de evaluación

1. Utilizar los números racionales e irracionales, sus notaciones, operaciones y procedimientos asociados, para presentar e intercambiar información y resolver problemas y situaciones extraídos de la realidad social y de la vida cotidiana.
2. Representar sobre la recta diferentes intervalos. Expresar e interpretar valores absolutos y desigualdades en la recta real.
3. Utilizar convenientemente los porcentajes y las fórmulas del interés simple y compuesto para resolver problemas financieros (aumentos y disminuciones porcentuales, cálculo de intereses bancarios, T.A.E., etc.).
4. Transcribir problemas reales a un lenguaje algebraico, utilizar las técnicas matemáticas apropiadas en cada caso para resolverlos y dar una interpretación, ajustada al contexto, de las soluciones obtenidas.
5. Reconocer las familias de funciones más frecuentes en los fenómenos económicos y sociales, relacionando sus gráficas con fenómenos que se ajusten a ellas, e interpretar, cuantitativa y cualitativamente, las situaciones presentadas mediante relaciones funcionales expresadas en forma de tablas numéricas, gráficas o expresiones algebraicas.
6. Utilizar las tablas y gráficas como instrumento para el estudio de situaciones empíricas relacionadas con fenómenos sociales y analizar funciones que no se ajusten a ninguna fórmula algebraica y que propicien la utilización de métodos numéricos para la obtención de valores no conocidos.
7. Elaborar e interpretar informes sobre situaciones reales, susceptibles de ser presentadas en forma de gráficas o a través de expresiones polinómicas o racionales sencillas, que exijan tener en cuenta intervalos de crecimiento y decrecimiento, continuidad, máximos y mínimos y tendencias de evolución de una situación.
8. Interpretar el grado de correlación existente entre las variables de una distribución estadística bidimensional y obtener las rectas de regresión para poder hacer predicciones estadísticas en un contexto de resolución de problemas relacionados con fenómenos económicos y sociales.
9. Asignar a los resultados de un experimento los posibles valores de la variable aleatoria que se quiera estudiar, identificando ésta como discreta o continua. Determinar la función de probabilidad de dicha variable.
10. Estudiar situaciones reales en las que se precise el estudio y análisis de una variable aleatoria discreta. Utilizar las propiedades de la distribución binomial cuando sea posible asociarla al fenómeno aleatorio objeto de estudio, calculando las probabilidades de uno o varios sucesos.
11. Estudiar situaciones reales en las que se precise el estudio y análisis de una variable aleatoria continua. Utilizar las propiedades de la distribución normal cuando sea posible asociarla al fenómeno

- no aleatorio objeto de estudio, calculando mediante el uso de tablas, las probabilidades de uno o varios sucesos.
12. Elegir y aplicar convenientemente el modelo de distribución que permita resolver un problema estadístico planteado. Reconocer y estudiar los casos en

los que una distribución binomial sea susceptible de ser tratada como distribución normal, calculando mediante el uso de tablas, las probabilidades de uno o varios sucesos.

## Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II

### Contenidos

#### 1. Álgebra:

La matriz como expresión de tablas de datos y grafos. Terminología y clasificación. Matriz traspuesta. Suma y producto de matrices.

Matrices cuadradas. Matriz inversa. Obtención de matrices inversas sencillas por el método de Gauss.

Resolución de ecuaciones y sistemas de ecuaciones matriciales sencillos.

Determinantes de orden dos y tres.

Sistemas de ecuaciones lineales. Sistemas equivalentes. Expresión matricial de un sistema.

Utilización del método Gauss en la discusión y resolución de un sistema de ecuaciones lineales con dos o tres incógnitas.

Resolución de problemas con enunciados relativos a las Ciencias Sociales y a la Economía que pueden resolverse mediante el planteamiento de sistemas de ecuaciones lineales de dos o tres incógnitas.

Interpretación y resolución gráfica de ecuaciones y sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

Iniciación a la programación lineal bidimensional. Región factible. Solución óptima.

Aplicación de la programación lineal bidimensional a la resolución de problemas de contexto real. Interpretación de la solución obtenida.

Utilización de distintos recursos tecnológicos (calculadoras, programas informáticos, etc.) como apoyo en los procedimientos que involucran el manejo de matrices, sistemas de ecuaciones e inequaciones lineales.

#### 2. Análisis:

Límite y continuidad de una función en un punto. Estudio de la continuidad en funciones dadas a trozos. Determinación de asíntotas en funciones racionales.

Derivada de una función en un punto. Interpretación geométrica. Recta tangente a una curva en un punto. Función derivada.

Problemas de aplicación de la derivada en las Ciencias Sociales y en la Economía: Tasa de variación de la población, ritmo de crecimiento, coste y beneficios marginales, etc.

Cálculo de derivadas en las familias de funciones conocidas.

Aplicación de las derivadas al estudio de las propiedades locales de las funciones elementales y a la resolución de problemas de optimización relacionados con las Ciencias Sociales y la Economía.

Estudio y representación gráfica de una función polinómica, racional, exponencial y logarítmica sencillas a partir de sus propiedades.

Integrales indefinidas. Propiedades elementales. Cálculo de integrales indefinidas inmediatas o reducibles a inmediatas.

Integral definida. Regla de Barrow. Aplicación de la integral definida en el cálculo de áreas planas.

Utilización de distintos recursos tecnológicos (calculadoras científicas y gráficas, programas informáticos) como apoyo en el análisis de las propiedades de funciones pertenecientes a las familias más conocidas y a los procedimientos de integración.

#### 3. Estadística y probabilidad:

Experimentos aleatorios. Sucesos. Operaciones con sucesos.

Probabilidad. Asignación de probabilidades mediante frecuencias o por aplicación de la Ley de Laplace.

Probabilidad condicionada. Probabilidad total. Teorema de Bayes.

Muestreo. Técnicas de muestreo. Parámetros de una población y estadísticos mues-

trales. Distribución muestral de las medias.  
Teorema central del límite.

Estimación por intervalos de confianza.  
Nivel de confianza. Error de estimación y  
tamaño de la muestra.

### Criterios de evaluación

1. Organizar la información en situaciones reales y codificarla a través de matrices, realizar operaciones con éstas, como sumas y productos, y saber interpretar las matrices obtenidas en el tratamiento de las situaciones estudiadas.
2. Utilizar el método de Gauss para obtener matrices inversas de órdenes dos o tres y para discutir y resolver un sistema de ecuaciones lineales con dos o tres incógnitas.
3. Transcribir un problema expresado en lenguaje usual al lenguaje algebraico, resolverlo, utilizando técnicas algebraicas determinadas: Matrices, resolución de sistemas de ecuaciones lineales y programación lineal bidimensional, e interpretar las soluciones.
4. Utilizar los conceptos básicos y la terminología adecuada del análisis. Desarrollar los métodos más usuales para el cálculo de límites y derivadas e integrales.
5. Esbozar las gráficas de funciones polinómicas, racionales, exponenciales y logarítmicas sencillas, ayudándose del estudio de sus propiedades globales y locales.
6. Aplicar las propiedades globales y locales de las funciones, el cálculo de derivadas y el cálculo integral para analizar, interpretar y resolver problemas relacionados con fenómenos naturales, económicos o sociales.
7. Utilizar el concepto y cálculo de derivadas, como herramienta para resolver problemas de optimización extraídos de situaciones reales de carácter económico y sociológico.
8. Determinar los sucesos asociados a un experimento aleatorio, simple o compuesto, y asignar probabilidades, utilizando la Ley de Laplace, las fórmulas de la probabilidad compuesta, de la probabilidad total y el Teorema de Bayes, así como técnicas elementales de conteo, utilización de diagramas de árbol y tablas de contingencia.
9. Planificar y realizar estudios concretos de una población, a partir de una muestra bien seleccionada. Establecer intervalos de confianza para la media de la población a partir de los parámetros de la muestra elegida. Determinar errores y tamaños muestrales.
10. Analizar de forma crítica informes estadísticos en los medios de comunicación y otros ámbitos, y detectar posibles errores y manipulaciones en la presentación de determinados datos.



## **Investigadores**

**José María Arias Cabezas:** catedrático de Matemáticas del IES Mariano José de Larra (Madrid). Profesor asociado de Nuevas Tecnologías de la Universidad Autónoma de Madrid (UAM). Investigador de la UAM.

**Idefonso Maza Sáez:** agregado de Matemáticas del IES Antonio López (Getafe-Madrid). Investigador de la UAM.

**César Sáenz de Castro:** profesor del área de Didáctica de las Matemáticas y director del Instituto Universitario de Ciencias de la Educación de la Universidad Autónoma de Madrid.

### **Coordinadora del proyecto de la Dirección General de Ordenación Académica de la Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid**

I sabel García García: Asesora Técnico del Servicio de Formación del Profesorado

### **Coordinador del proyecto por el CRIF "Las Acacias" de la Comunidad de la Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid**

Rafael Cebeira Mateos: Jefe del Departamento de Apoyo Curricular CRIF "Las Acacias"

Correo electrónico: [jariasca@terra.es](mailto:jariasca@terra.es)

Portal del proyecto: [www.infoymate.net](http://www.infoymate.net)

Edición: abril de 2005

ISBN: 84-8198-588-0

Depósito lega: TO-458-2005

Los materiales del proyecto han sido cedidos por la **Editorial Algaída (Grupo Anaya)**, cuyos contenidos son las páginas finales de cada uno de los temas de los distintos libros de la ESO y de los Bachilleratos, cuyos autores son los propios investigadores **José María Arias Cabezas e Idefonso Maza Sáez**.

## Educación Secundaria Obligatoria

### Primer Ciclo



### Propuesta didáctica



### Segundo Ciclo



### Propuesta didáctica



## Bachilleratos

### Ciencias de la Naturaleza y de la Salud y Tecnológico: Matemáticas I y II



### Propuesta didáctica



### Ciencias Sociales: Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales I y II



### Propuesta didáctica

